

Obsah

Předmluva	3
Obsah	5
1 Úvodní příklady	10
1.1 Model pojišťovny	10
1.1.1 Formulace úlohy	10
1.1.2 Analytické řešení	11
1.1.3 Řešení metodou Monte Carlo	12
1.2 Sčítání číselné řady metodou Monte Carlo	13
1.3 Shrnutí	15
2 Odhad chyby	18
2.1 Výpočet střední hodnoty při konečném rozptylu	18
2.1.1 Chyba při výpočtu pravděpodobnosti	19
2.2 Odhad chyby pomocí centrální limitní věty	20
2.3 Odhad chyby při nekonečném rozptylu	21
2.4 Odhad pomocí závislých realizací	21
2.5 Závěrečné poznámky	22
3 Modelování náhodných veličin	24
3.1 Diskrétní náhodné veličiny	24
3.1.1 Základní algoritmus	25
3.1.2 Binomické rozdělení	29
3.1.3 Poissonovo rozdělení	31
3.2 Spojité náhodné veličiny	32
3.2.1 Základní algoritmus	32
3.2.2 Zamítací metoda	35
3.2.3 Zamítací metoda na neomezeném intervalu	37
3.2.4 Uspořádané výběry	38
3.2.5 Metoda superpozice	39
3.2.6 Exponenciální rozdělení	40
3.2.7 Rozdělení Γ	42
3.2.8 Rozdělení B	44
3.2.9 Normální rozdělení	46
3.3 Vícerozměrné náhodné veličiny	49
3.3.1 Základní metoda	50

3.3.2	Rovnoměrně rozdělená náhodná veličina na $G \subset \mathbb{R}^n$	50
3.3.3	Izotropní náhodné vektory	51
3.3.4	n -rozměrná normální náhodná veličina	55
4	Náhodná čísla s rozdělením $R(0, 1)$	57
4.1	Co je to pseudonáhodná posloupnost	58
4.1.1	Požadavky kladené na pseudonáhodnou posloupnost	58
4.1.2	Hledáme pseudonáhodnou posloupnost	61
4.2	Testování kvality generátorů pseudonáhodných čísel	62
4.2.1	Frekvenční test (test dvojic)	62
4.2.2	Test sérií	63
4.2.3	Pokerový test	64
4.2.4	Test běhů	64
4.2.5	Autokorelační test	64
4.2.6	Maurerův univerzální statistický test	65
4.3	Lineární kongruenční generátory	66
4.3.1	Příklady lineárních kongruenčních generátorů	66
4.3.2	Nevýhody lineárních kongruenčních generátorů	68
4.4	Generátory založené na lineárních posuvných registrech	70
4.4.1	Lineární posuvný registr se zpětnou vazbou	70
4.4.2	Generátor Mersenne Twister	72
4.5	Některé další generátory pseudonáhodných čísel	74
4.5.1	Zpožděné Fibonacciovy generátory	74
4.5.2	Dobře rovnoměrně rozložené lineární generátory s dlouhou periodou	75
4.5.3	Generátory ze skupiny Xorshift	75
5	Výpočet určitých integrálů	76
5.1	Základní metody pro výpočet integrálu v $\mathbb{R}$	76
5.1.1	Integrál z omezené funkce na konečném intervalu	76
5.1.2	Porovnání obou metod	79
5.2	Snižování rozptylu	79
5.2.1	Vyjmutí hlavní části	79
5.2.2	Skupinový výběr (vzorkování po intervalech)	81
5.2.3	Relevantní výběr	83
5.3	Příklady	84
5.3.1	Metoda vzorkování plochy	85
5.3.2	Metoda vzorkování funkce	85
5.3.3	Metoda vzorkování funkce s vyjmutím hlavní části	86
5.3.4	Skupinový výběr	86
5.3.5	Relevantní výběr	87
5.4	Integrály funkcí více proměnných	88
5.4.1	Základní metody	88
5.4.2	Snižování rozptylu	90
5.5	Nevlastní integrály	91
5.5.1	Integrand se singularitou	91
5.5.2	Integrály přes neomezenou oblast	92
5.5.3	Příklady	93

5.6	Metoda Monte Carlo a klasické kvadraturní vzorce	98
5.6.1	Porovnání	99
5.6.2	Zrychlení konvergence	100
6	Markovovy řetězce a lineární rovnice	102
6.1	Řešení soustavy lineárních algebraických rovnic	102
6.1.1	Odvození základního algoritmu	102
6.1.2	Použitelnost základního algoritmu	105
6.1.3	Odhad funkcionálu $I_h = (h, x)$	106
6.1.4	Algoritmus	107
6.1.5	Jiný odhad funkcionálu I_h	108
6.1.6	Optimalizace rozptylu	108
6.1.7	Příklad	108
6.2	Řešení integrálních rovnic	109
6.2.1	Úvodní úvahy	110
6.2.2	Základní odhad funkcionálu I_h	111
6.2.3	Použitelnost odhadu ξ	114
6.2.4	Poznámky	115
6.2.5	Optimalizace rozptylu	117
6.2.6	Randomizace základního odhadu	118
6.2.7	Příklad	119
6.3	Náhodná procházka po síti a diferenciální rovnice	120
6.3.1	Vnitřní Dirichletova úloha pro Laplaceovu rovnici	120
6.3.2	Vnitřní Dirichletova úloha pro Poissonovu rovnici	125
6.3.3	Neumannova úloha pro Laplaceovu rovnici	126
6.3.4	Řešení smíšené úlohy pro parabolickou rovnici	128
6.3.5	Poznámky	130
6.4	Náhodná procházka po sférách a Dirichletova úloha	130
6.4.1	Základní odhad	130
6.4.2	Použitelnost odhadu ξ_ε	133
6.4.3	Randomizovaný odhad	134
6.4.4	Příklady	136
7	Použití metody Monte Carlo v teorii hromadné obsluhy	139
7.1	Systém hromadné obsluhy	139
7.1.1	Základní charakteristiky systému	139
7.1.2	Popis systému hromadné obsluhy	140
7.2	Toky požadavků	141
7.3	Modelování systémů hromadné obsluhy	142
7.4	Vyhodnocování výsledků	143
7.5	Metoda rozštěpení	146
7.6	Příklad	146
7.6.1	Model typu Δt	147
7.6.2	Model diskrétních událostí	148

8	Modelování transportu záření	151
8.1	Předpoklady	152
8.1.1	Rozbor uvedených předpokladů	153
8.2	Veličiny	155
8.3	Obecné schéma modelování interakce záření s látkou	157
8.3.1	Klíčové aspekty procesu interakce	157
8.3.2	Vlastní algoritmus	162
8.4	Metoda rozštěpení	164
8.5	Neanalogové modelování	165
8.6	Příklad: průchod neutronů nekonečnou deskou	166
8.7	Příklad: výpočet asymetrie detektoru	168
8.7.1	Klíčové aspekty modelu	170
8.7.2	Postup simulace	172
8.7.3	Poznámky	173
9	Některé stochastické algoritmy	177
9.1	Určování prvočíselnosti	177
9.2	Simulované žíhání	179
9.2.1	Motivace	179
9.2.2	Formulace úlohy	179
9.2.3	Algoritmus simulovaného žíhání	180
9.2.4	Parametry algoritmu simulovaného žíhání	182
9.2.5	Příklad: Problém obchodního cestujícího	182
10	Dodatek: Základní pojmy a věty	187
10.1	Náhodné jevy a náhodné veličiny	187
10.1.1	Elementární jevy a jevové pole	187
10.1.2	Pravděpodobnost	187
10.1.3	Náhodná veličina	188
10.1.4	Vícerozměrná náhodná veličina	189
10.2	Charakteristiky náhodných veličin	190
10.2.1	Střední hodnota	191
10.2.2	Rozptyl a směrodatná odchylka	192
10.2.3	Momenty k -tého řádu	192
10.3	Příklady náhodných veličin	193
10.3.1	Diskrétní náhodné veličiny	193
10.4	Náhodný proces	196
10.4.1	Charakteristiky náhodného procesu	196
10.4.2	Markovův náhodný proces	197
10.5	Zákony velkých čísel	198
10.6	Odchylka normální náhodné veličiny od střední hodnoty	202
10.7	Statistické odhady	202
10.7.1	Parametrické odhady	203
10.7.2	Příklady odhadů	203
10.7.3	Neparametrické odhady	204
10.8	Statistické testy	205
10.8.1	Obecné schéma statistického kritéria	205

10.8.2	Test χ^2	206
10.8.3	Studentův test t	207
10.8.4	Fisherův test $\mathcal{F}$	208

11 Dodatek: Důkazy některých tvrzení 210

11.1	Pomocná tvrzení o diskrétních náhodných veličinách	210
11.1.1	Bernoulliova veličina a náhodná čísla	210
11.1.2	Binomická veličina	212
11.1.3	Rozdělení součinu veličin $\gamma \sim R(0, 1)$	214
11.2	Pomocná tvrzení o spojitých náhodných veličinách	215
11.2.1	Transformace náhodné veličiny pomocí distribuční funkce	215
11.2.2	Věty o zamítací metodě	216
11.2.3	Rozdělení Γ , B a exponenciální rozdělení	217
11.2.4	Normální rozdělení a izotropní vektory	219
11.3	Centrální momenty při nekonečném rozptýlu	220
11.4	Náhodná procházka po sférách	223

Označení 225

Literatura 227

Rejstřík 230