

Inhaltsverzeichnis

Oft benutzte Bezeichnungen	XVII
Kapitel 1. Einführung	1
TEIL I. HILBERT-RAUM	7
Kapitel 2. Skalarprodukt von Funktionen. Norm, Metrik	7
Kapitel 3. Der Raum L_2	18
Kapitel 4. Konvergenz im Raum $L_2(G)$ (Konvergenz im Mittel). Vollständiger Raum. Separabler Raum	24
a) Konvergenz im Raum $L_2(G)$	24
b) Vollständigkeit	28
c) Dichte. Separabilität	30
Kapitel 5. Orthogonalsysteme im Raum $L_2(G)$	33
a) Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit in $L_2(G)$	33
b) Orthogonal- und Orthonormalsysteme in $L_2(G)$	36
c) Fourier-Reihen. Vollständige Systeme. Das Schmidtsche Orthonormalisierungsverfahren	39
d) Zerlegung des Raumes $L_2(G)$ in orthogonale Teilräume	48
e) Einige Eigenschaften des Skalarproduktes	51
Kapitel 6. Hilbert-Raum	53
a) Unitärer Raum. Hilbert-Raum	53
b) Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit im Hilbert-Raum. Orthogonalsysteme, Fourier-Reihen	61
c) Orthogonale Teilräume. Einige Eigenschaften des Skalarproduktes	65
d) Komplexer Hilbert-Raum	67
Kapitel 7. Einige Bemerkungen zu den vorhergehenden Kapiteln. Normierter Raum, Banach-Raum	69
Kapitel 8. Operatoren und Funktionale, insbesondere im Hilbert-Raum.	74
a) Operatoren im Hilbert-Raum	75
b) Symmetrische, positive und positiv definite Operatoren. Dichte Mengen	87
c) Funktionale. Der Satz von Riesz	97

Teil II. VARIATIONSMETHODEN.	101
Kapitel 9. Satz vom Minimum eines quadratischen Funktional und seine Konsequenzen	101
Kapitel 10. Der Raum H_A	110
Kapitel 11. Existenz des Minimums des Funktional F im Raum H_A . Verallgemeinerte Lösungen.	123
Kapitel 12. Die Methode der Orthonormalreihen. Ein Beispiel.	138
Kapitel 13. Das Ritzsche Verfahren	145
Kapitel 14. Das Galerkin-Verfahren	154
Kapitel 15. Methode der kleinsten Quadrate. Courantsche Methode	159
Kapitel 16. Die Gradientenmethode. Ein Beispiel	165
Kapitel 17. Zusammenfassung der Kapitel 9 bis 16	171
Teil III. ANWENDUNG DER VARIATIONSMETHODEN ZUR LÖSUNG GEWÖHNLICHER UND PARTIELLER DIFFERENTIALGLEICHUN- GEN MIT RANDBEDINGUNGEN	181
Kapitel 18. Friedrichssche Ungleichung. Poincarésche Ungleichung	182
Kapitel 19. Gewöhnliche Differentialgleichungen mit Randbedingungen	194
a) Gleichungen zweiter Ordnung	194
b) Gleichungen höherer Ordnung	216
Kapitel 20. Probleme bei der Auswahl einer Basis	220
a) Allgemeine Grundsätze	220
b) Auswahl einer Basis im Fall gewöhnlicher Differentialgleichungen	232
Kapitel 21. Numerische Beispiele: Gewöhnliche Differentialgleichungen.	236
Kapitel 22. Randwertaufgaben für partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung	252
Kapitel 23. Der biharmonische Operator (die Platten- und Tragwandgleichung)	265
Kapitel 24. Operatoren der mathematischen Elastizitätstheorie	275
Kapitel 25. Basiswahl bei partiellen Differentialgleichungen mit Randbedin- gungen	285
Kapitel 26. Numerische Beispiele: Partielle Differentialgleichungen	293
Kapitel 27. Zusammenfassung der Kapitel 18 bis 26	306

TEIL IV. THEORIE DER DIFFERENTIALGLEICHUNGEN MIT RAND-BEDINGUNGEN AUF DER GRUNDLAGE DES SATZES VON LAX UND MILGRAM	313
Kapitel 28. Lebesguesches Integral. Gebiete mit einem Lipschitz-Rand	314
Kapitel 29. Der Raum $W_2^{(k)}(G)$	330
Kapitel 30. Spuren der Funktionen aus dem Raum $W_2^{(k)}(G)$. Der Raum $\dot{W}_2^{(k)}(G)$. Verallgemeinerte Friedrichssche und Poincarésche Ungleichung	340
Kapitel 31. Elliptische Differentialoperatoren der Ordnung $2k$. Schwache Lösungen elliptischer Gleichungen	347
Kapitel 32. Formulierung von Randwertproblemen	359
a) Stabile und instabile Randbedingungen	359
b) Die schwache Lösung eines Randwertproblems. Spezialfälle	363
c) Definition der schwachen Lösung eines Randwertproblems. Der allgemeine Fall	371
Kapitel 33. Existenz der schwachen Lösung eines Randwertproblems. V -Elliptizität. Der Satz von Lax und Milgram	390
Kapitel 34. Anwendung von Variationsmethoden zur Bestimmung schwacher Lösungen von Randwertproblemen	407
a) Homogene Randbedingungen.	407
b) Nichthomogene Randbedingungen	417
c) Die Methode der kleinsten Quadrate	422
Kapitel 35. Das Neumannsche Problem für Gleichungen der Ordnung $2k$ (der Fall, wenn die Form $((v, u))$ nicht V -elliptisch ist).	426
Kapitel 36. Zusammenfassung und Ergänzung der Kapitel 28 bis 35	445
TEIL V. DAS EIGENWERTPROBLEM	453
Kapitel 37. Einführung	453
Kapitel 38. Vollstetige Operatoren	457
Kapitel 39. Das Eigenwertproblem für Differentialoperatoren	475
Kapitel 40. Das Ritzsche Verfahren beim Eigenwertproblem	491
a) Das Ritzsche Verfahren	491
b) Das Problem der Fehlerabschätzung	499
Kapitel 41. Numerische Beispiele	511
TEIL VI. EINIGE SPEZIELLE METHODEN. REGULARITÄT DER SCHWACHEN LÖSUNG	518
Kapitel 42. Die Methode der finiten Elemente	518

Kapitel 43. Die Methode der kleinsten Quadrate am Rand für die biharmonische Gleichung (für das Problem der Tragwände). Das Trefftzsche Verfahren zur Lösung des Dirichletschen Problems für die Laplacesche Gleichung	528
a) Das erste Randwertproblem für die biharmonische Gleichung (das Problem der Tragwände)	529
b) Beschreibung der Methode der kleinsten Quadrate am Rand für das biharmonische Problem	532
c) Die Konvergenz der Methode	534
d) Das Trefftzsche Verfahren	539
Kapitel 44. Die Methode der Orthogonalprojektion	542
Kapitel 45. Anwendung des Ritzschen Verfahrens zur Lösung parabolischer Gleichungen mit Randbedingungen	551
Kapitel 46. Regularität der schwachen Lösung, Erfüllung der gegebenen Gleichung und der Randbedingungen im klassischen Sinne. Existenz einer Funktion $w \in W_2^{(k)}(G)$, die die gegebenen Randbedingungen erfüllt	564
a) Glattheit der schwachen Lösung	564
b) Existenz einer Funktion $w \in W_2^{(k)}(G)$, die die vorgegebenen Randbedingungen erfüllt	568
Kapitel 47. Abschließende Bemerkungen. Perspektiven der dargestellten Theorie	571
Tabelle zur Zusammenstellung der geläufigsten Funktionale und der Systeme der Ritzschen Gleichungen	574
Literatur	586
Register	589