

OBSAH

PŘEDMLUVA (3)

A. ZÁKLADNÍ POJMY (9)

1. Množiny (9).

1.1. Základní pojmy teorie množin (9). 1.2. Operace s množinami (9). 1.3. Příklady (10). 1.4. Reálné množiny, supremum a infimum (10). Otázky a úlohy (11).

2. Matematická logika (12).

2.1. Výrok a výroková funkce (12). 2.2. Negace výroku a logické kvantifikátory (13). 2.3. Disjunkce a konjunkce výroků (13). 2.4. Implikace a ekvivalence výroků (14). 2.5. Tautologie (15). 2.6. Teorémy a jejich důkazy (15). Otázky a úlohy (17). Cvičení (17).

3. Reálná a komplexní čísla (18).

3.1. Reálná čísla (18). 3.2. Operace s reálnými čísly (18). 3.3. Absolutní hodnota a okolí reálného čísla (20). 3.4. Mocniny a odmocniny z reálných čísel (20). 3.5. Komplexní čísla (21). 3.6. Operace s komplexními čísly (21). 3.7. Gaussova rovina. Absolutní hodnota a argument komplexního čísla (22). 3.8. Odmocniny z komplexního čísla (23). 3.9. Binomická věta (23). 3.10. Důležité nerovnosti (24). 3.11. Řešení kvadratických rovnic a nerovností v reálném oboru (25). Otázky a úlohy (25). Cvičení (26).

B. ÚVOD DO ELEMENTÁRNÍ ALGEBRY (27).

4. Matice a algebraické vektory (27).

4.1. Motivace pojmů (27). 4.2. Algebraické vektory (32). 4.3. Skalární součin dvou algebraických vektorů (32). 4.4. Lineární závislost vektorů (33). 4.5. Souřadnice vektoru (33). 4.6. Hodnota soustavy vektorů (33). 4.7. Matice (34). 4.8. Gaussovska matice (35). 4.9. Transponovaná matice (35). 4.10. Násobení matice maticí (36). 4.11. Čtvercové matice (37). 4.12. Inverzní matice (38). 4.13. Ortogonální matice (39). 4.14. Hodnota matice (39). 4.15. Vlastní čísla a vlastní vektory matice (41). Otázky a úlohy (42). Cvičení (42).

5. Determinanty (44).

5.1. Definice determinantu (44). 5.2. Křížové a Sarrusovo pravidlo (45). 5.3. Subdeterminant a algebraický doplněk (46). 5.4. Cramerovo pravidlo a výpočet inverzní matice (46). 5.5. Základní vlastnosti determinantů (47). 5.6. Rozvoj determinantu podle řádku a podle sloupce (47). 5.7. Další vlastnosti determinantů (48). 5.8. Výpočet determinantů (48). 5.9. Nutná podmínka invertovatelnosti matic (49). Otázky a úlohy (49). Cvičení (50).

6. Soustavy lineárních rovnic (52).

6.1. Matice a rozšířená matice soustavy (52). 6.2. Řešitelnost soustavy. Frobeniova věta (53). 6.3. Homogenní soustavy (54). 6.4. Řešení soustav (54). 6.5. Výpočet inverzní matice (54). 6.6. Nutná a postačující podmínka invertovatelnosti matice (56). 6.7. Charakteristická rovnice matice (56). Otázky a úlohy (57). Cvičení (57).

7. Polynomy a jejich podíly (59).

7.1. Polynom a jeho kořeny (59). 7.2. Bézoutova věta (60). 7.3. Základní věta algebry (60). 7.4. D'Alembertova věta (61). 7.5. Rozklad polynomu v komplexním oboru (61). 7.6. Věta o imaginárních kořenech reálných polynomů (61). 7.7. Rozklad reálného polynomu v reálném oboru (62). 7.8. Příklady rozkladu (62). 7.9. Dě-

lení polynomu polynomem (63). **7.10.** Reálný racionální výraz (63). **7.11.** Rozklad reálného ryzího racionálního výrazu na parciální zlomky (64). **7.12.** Výpočet konstant v rozkladu reálného ryzího racionálního výrazu (64). Otázky a úlohy (65). Cvičení (65).

C. ÚVOD DO ANALYTICKÉ GEOMETRIE (67).

8. Geometrické vektory (67).

8.1. Kartézská soustava souřadnic (67). **8.2.** Euklidovský prostor (67). **8.3.** Vlastnosti euklidovské vzdálenosti (68). **8.4.** Metriky (68). **8.5.** Vektory ve fyzice (68). **8.6.** Orientovaná úsečka (68). **8.7.** Geometrický vektor (69). **8.8.** Vztah mezi geometrickým a algebraickým vektorem (70). **8.9.** Skalární součin geometrických vektorů (71). **8.10.** Odchylka dvou geometrických vektorů (71). **8.11.** Vztah mezi odchylkou a skalárním součinem vektorů (72). **8.12.** Směrové kosiny vektoru (73). **8.13.** Vektorový součin vektorů (73). **8.14.** Geometrická konstrukce vektorového součinu (73). **8.15.** Vlastnosti vektorového součinu (74). **8.16.** Výpočet souřadnic vektorového součinu (74). **8.17.** Objem rovnoběžnostěnu a čtyřštěnu (76). **8.18.** Smíšený součin vektorů (76). **8.19.** Výpočet smíšeného součinu (77). **8.20.** Vlastnosti smíšeného součinu (77). **8.21.** Některé geometrické aplikace vektorů (78). Otázky a úlohy (78). Cvičení (79).

9. Analytická geometrie v prostoru (82).

9.1. Zadávání geometrických útvarů v prostoru (82). **9. 2.** Parametrické rovnice přímky (83). **9.3.** Poloha dvou přímek v prostoru (85). **9.4.** Kanonické rovnice přímky (86). **9.5.** Parametrické rovnice roviny (86). **9.6.** Vektorová rovnice roviny určené normálovým směrem (88). **9.7.** Obecná rovnice roviny (88). **9.8.** Obecná rovnice roviny v úsekovém tvaru (89). **9.9.** Převod parametrických rovnic roviny na její obecnou rovnici a naopak (89). **9.10.** Poloha dvou rovin v prostoru (90). **9.11.** Obecné rovnice přímky (91). **9.12.** Poloha přímky a roviny v prostoru (91). **9.13.** Úhel dvou přímek v prostoru (93). **9.14.** Úhel přímky a roviny (93). **9.15.** Úhel dvou rovin (93). **9.16.** Vzdálenost bodu od roviny (94). **9.17.** Vzdálenost bodu od přímky (94). **9.18.** Válcové plochy (95). **9.19.** Kuželové a rotační plochy (95). **9.20.** Kvadriky (95). Otázky a úlohy (96). Cvičení (97).

D. DIFERENCIÁLNÍ POČET FUNKCÍ JEDNÉ PROMĚNNÉ (100).

10. Funkce jedné proměnné (101).

10.1. Obecný pojem zobrazení (101). **10.2.** Reálné a vektorové funkce (103). **10.3.** Zadávání funkcí (103). **10.4.** Kartézské souřadnice v rovině (105). **10.5.** Obecný úhel a jeho velikost (105). **10.6.** Funkce sinus a kosinus (106). **10.7.** Polární souřadnice v rovině (107). **10.8.** Vztah mezi kartézskými a polárními souřadnicemi (109). **10.9.** Graf funkce (110). **10.10.** Příklady grafů funkce (110). **10.11.** Rovnost dvou funkcí, rozšíření a zúžení (113). **10.12.** Nulový bod funkce (114). **10.13.** Posloupnosti (114). **10.14.** Operace s funkcemi (115). **10.15.** Složená funkce (116). **10.16.** Inverzní zobrazení (118). **10.17.** Inverzní reálné funkce (119). **10.18.** Výpočet inverzní funkce (119). **10.19.** Graf inverzní funkce (120). **10.20.** Význačné typy funkcí (121). **10.21.** Funkční stupnice (123). **10.22.** Základní elementární funkce (123). **10.23.** Konstantní a mocninné funkce (124). **10.24.** Exponenciální funkce (124). **10.25.** Logaritmické funkce (125). **10.26.** Goniometrické funkce (126). **10.27.** Cyklometrické funkce (127). **10.28.** Hyperbolické funkce (129). **10.29.** Hyperbolometrické

funkce (129). **10.30.** Vektorové funkce (131). **10.31.** Operace s vektorovými funkcemi (131). Otázky a úlohy (133). Cvičení (134).

11. Limita a spojitost (136).

11.1. Aproximující posloupnost (136). **11.2.** Definice limity posloupnosti (137). **11.3.** Jednoznačnost limity posloupnosti (138). **11.4.** Kriteria konvergence posloupnosti (138). **11.5.** Algebra limit posloupností (140). **11.6.** Podposloupnost (141). **11.7.** Hromadný bod množiny (141). **11.8.** Bolzano-Weierstrassova věta (141). **11.9.** Nevlastní limity posloupnosti (142). **11.10.** Heineho definice limity funkce (143). **11.11.** Cauchy'ho definice limity funkce (144). **11.12.** Jednostranné limity funkce (144). **11.13.** Algebra limit funkcí (144). **11.14.** Věta o třech funkcích (145). **11.15.** Nevlastní limity funkce (145). **11.16.** Limita funkce v nekonečnu (146). **11.17.** Algebra nevlastních limit a limit v nekonečnu (147). **11.18.** Asymptoty (149). **11.19.** Spojitost funkce (150). **11.20.** Algebra spojitých funkcí (151). **11.21.** Stejnoměrná spojitost (151). **11.22.** Základní vlastnosti spojitých funkcí (152). **11.23.** Spojitost inverzní funkce (153). **11.24.** Limita a spojitost složené funkce (154). **11.25.** Limita vektorové funkce (155). **11.26.** Spojitost vektorové funkce (156). Otázky a úlohy (156). Cvičení (157).

12. Derivace (160).

12.1. Definice derivace (161). **12.2.** Nutná podmínka derivovatelnosti (163). **12.3.** Geometrická a fyzikální interpretace derivace (163). **12.4.** Jednostranné derivace (164). **12.5.** Nevlastní derivace (165). **12.6.** Algebra derivací funkcí (165). **12.7.** Derivace složené funkce (166). **12.8.** Derivace inverzní funkce (167). **12.9.** Logaritmická derivace (168). **12.10.** Poznámka k výpočtu derivací (169). **12.11.** Derivace elementárních funkcí (169). **12.12.** Základní vlastnosti derivovatelných funkcí (171). **12.13.** Vyšší derivace (172). **12.14.** Derivování funkcí daných implicitně (173). **12.15.** Výpočet limit pomocí derivací (173). **12.16.** Neurčité výrazy typu $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ (173). **12.17.** Neurčité výrazy typu $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$ (173). **12.18.** Neurčité výrazy typu 0^0 , 1^∞ , ∞^0 (175). **12.19.** Křivost kartézského grafu funkce (176). **12.20.** Parametrické rovnice křivky v rovině (178). **12.21.** Tečna a normála k rovinné křivce dané parametricky (179). **12.22.** Příklady technických křivek (180). **12.23.** Derivace vektorové funkce (180). Otázky a úlohy (181). Cvičení (182).

13. Taylorova věta a aplikace (188).

13.1. Nekonečně malé veličiny (188). **13.2.** Taylorova věta (188). **13.3.** Taylorova aproximace a její chyby (189). **13.4.** Maclaurinův rozvoj (190). **13.5.** Příklady rozvojů (191). **13.6.** Diferenciály funkce (192). **13.7.** Algebra diferenciálů funkcí (193). **13.8.** Lokální extrémy funkcí (194). **13.9.** Postačující podmínka pro existenci lokálního extrému (195). **13.10.** Test s druhou derivací (196). **13.11.** Globální extrémy (196). **13.12.** Maximum a minimum spojitě funkce (196). **13.13.** Použití maxima a minima (198). **13.14.** Konkávnost a konvexnost. Inflexní bod (199). **13.15.** Postačující podmínka pro existenci inflexního bodu (200). **13.16.** Test se třetí derivací (201). **13.17.** Průběh funkce (201). **13.18.** Poznámka o přibližném řešení rovnic (202). Otázky a úlohy (202). Cvičení (203).

E. INTEGRÁLNÍ POČET FUNKCÍ JEDNÉ PROMĚNNÉ (208).

14. Primitivní funkce (208).

14.1. Definice primitivní funkce (208). **14.2.** Existence primitivní funkce (209). **14.3.** Mnohoznačnost primitivní funkce (209). **14.4.** Stanovení integrační kon-

stanty (210). **14.5.** Integrovaní součtu, rozdílu a součinu s konstantou (210). **14.6.** Základní vzorce pro integrování (211). **14.7.** Výpočet primitivních funkcí (212). **14.8.** Substituční metoda integrování (212). **14.9.** Metoda per partes (214). **14.10.** Integrovaní elementárních funkcí (216). **14.11.** Rekurentní vzorce pro integrování (217). **14.12.** Integrovaní funkce $\frac{1}{\sqrt{ax^2+c}}$ (218). **14.13.** Integrovaní funkcí $\sqrt{ax^2+bx+c}$, $\frac{1}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$ (219). **14.14.** Integrovaní parciálních zlomků (219). **14.15.** Integrovaní racionálních funkcí (221). **14.16.** Substituce vedoucí na integrování racionálních funkcí (222). **14.17.** Neelementární primitivní funkce (222). Otázky a úlohy (222). Cvičení (223).

15. Riemannův integrál (228).

15.1. Motivace pro zavedení Riemannova integrálu (228). **15.2.** Normální posloupnost dělení intervalu (228). **15.3.** Definice Riemannova integrálu (229). **15.4.** Nutná podmínka R-integrovatelnosti (230). **15.5.** Horní a dolní integrály (231). **15.6.** Věty o R-integrovatelnosti (232). **15.7.** Důsledky vět o R-integrovatelnosti (232). **15.8.** R-integrovatelnost spojitě funkce (233). **15.9.** Riemannův integrál ze součtu a součinu funkcí (233). **15.10.** Aditivnost a ohraničenost Riemannova integrálu (233). **15.11.** Střední hodnota funkce (234). **15.12.** Integrační meze (234). **15.13.** Vztah mezi Riemannovým integrálem a derivací funkce (235). **15.14.** Fundamentální věta integrálního počtu (235). **15.15.** Výpočet Riemannova integrálu (236). **15.16.** Výpočet Riemannova integrálu metodou per partes (237). **15.17.** Substituční metoda výpočtu Riemannova integrálu (238). **15.18.** Singulární body funkce (239). **15.19.** Definice nevlastního Riemannova integrálu v intervalu s jedním singulárním bodem (239). **15.20.** Definice nevlastního Riemannova integrálu v otevřeném intervalu (241). **15.21.** Výpočet nevlastních integrálů (241). **15.22.** Absolutní konvergence nevlastního integrálu (242). **15.23.** Porovnávací kritérium konvergence nevlastního integrálu (242). **15.24.** Limitní kritérium konvergence nevlastního integrálu v intervalu $\langle a, \infty \rangle$ (243). **15.25.** Limitní kritérium konvergence nevlastního integrálu z neohraničené funkce (243). Otázky a úlohy (244). Cvičení (244).

16. Aplikace Riemannova integrálu (246).

16.1. Zobecněná ohraničenost (246). **16.2.** Základní věta o aplikaci Riemannova integrálu (247). **16.3.** Plošný obsah množiny mezi dvěma kartézskými grafy (248). **16.4.** Plošný obsah výseče pod polárním grafem (250). **16.5.** Práce (252). **16.6.** Délka kartézského grafu funkce (253). **16.7.** Délka křivky zadané parametricky (254). **16.8.** Délka rovinného oblouku zadaného polárně (257). **16.9.** Objem rotačního tělesa (257). **16.10.** Obsah rotační plochy (261). Otázky a úlohy (264). Cvičení (265).