

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Lineární prostory se skalárním součinem, normou a metrikou</b>	<b>5</b>
2.1	Skalární součin . . . . .	5
2.2	Normovaný prostor . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Metrické prostory</b>	<b>11</b>
3.1	Metrický prostor . . . . .	11
3.2	Souvislost a křivková souvislost v metrických prostorech . . . . .	16
3.3	Věta o pevném bodě pro kontrahující zobrazení v úplném metrickém prostoru . . . . .	20
3.4	Elementární důkaz základní věty algebry . . . . .	23
3.5	Fraktál jakožto pevný bod . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Topologické prostory</b>	<b>34</b>
4.1	Topologický prostor . . . . .	34
4.2	Kompaktnost v topologických prostorech . . . . .	37
4.3	Ascoliho věta . . . . .	39
4.4	Základní konstrukce v topologických prostorech . . . . .	40
4.5	Stoneova–Weierstrassova věta o polynomiální approximaci spojitých funkcí	43
<b>5</b>	<b>Uspořádání na množině, svazy, úplné svazy, Booleovy algebry</b>	<b>47</b>
5.1	Částečné uspořádání . . . . .	47
5.2	Svazy . . . . .	51
5.3	Booleova algebra . . . . .	56
5.4	Rozšiřování stavů na Booleově algebře . . . . .	60
5.5	Vaughtova věta . . . . .	63
<b>6</b>	<b>Slovo o teorii kategorií</b>	<b>71</b>
6.1	Kategorie a morfismy . . . . .	71
6.2	Dvě věty z teorie kategorií . . . . .	78
<b>7</b>	<b>Základy teorie Hilbertova prostoru</b>	<b>85</b>
7.1	Hilbertův prostor . . . . .	85
7.2	Ortogonalita v Hilbertových prostorech . . . . .	86
7.3	Reprezentační věta pro lineární funkcionály . . . . .	97
7.4	Vlastní hodnoty spojitých lineárních zobrazení v Hilbertově prostoru .	99
7.5	Totálně omezená zobrazení . . . . .	103

<b>8 Konvexní množiny v <math>R^n</math></b>	<b>112</b>
8.1 Konvexní množiny a věta o separaci . . . . .	112
8.2 Farkasovo lemma . . . . .	114
8.3 Kreinova–Milmannova věta . . . . .	117
<b>9 Brouwerova věta o pevném bodě</b>	<b>118</b>
9.1 Spernerovo lemma . . . . .	118
9.2 Kompaktní konvexní podmnožiny euklidovských prostorů jsou homeomorfní s koulemi . . . . .	123
9.3 Neexistence retrakce koule na sféru . . . . .	127
9.4 Kombinatorický důkaz Brouwerovy věty . . . . .	129
9.5 Analytický důkaz Brouwerovy věty . . . . .	130
9.6 Důsledek: Perronova–Frobeniova věta . . . . .	133
<b>Literatura</b>	<b>135</b>
<b>Rejstřík</b>	<b>137</b>