Obsah

Úvod 6

1 Z historie goniometrických funkcí 8
- 1.1 Počátky trigonometrie ve starověku . . . 8
  - 1.1.1 Měření úhlů a délek tětiv . . . 8
  - 1.1.2 Ptolemaiovy výpočty . . . 9
- 1.2 Středověký zrod trigonometrických veličin . . . 17
  - 1.2.1 Trigonometrie v Indii . . . 18
  - 1.2.2 Trigonometrie v arabských zemích . . . 21
- 1.3 Trigonometrie v Evropě 15. – 17. století . . . 25
- 1.4 Eulerova reforma goniometrie . . . 31
  - 1.4.1 Hlavní rysy Eulerovy reformy . . . 32
  - 1.4.2 Introductio in Analysin infinitorum (1748) . . . 33

2 Goniometrie pravoúhlého trojúhelníku 40
- 2.1 Funkce ostrého úhlu . . . 40
  - 2.1.1 Od podobnosti k poměrům . . . 40
  - 2.1.2 Grafy a základní vztahy . . . 41
- 2.2 Pythagorova a Eukleidovy věty . . . 43
- 2.3 Goniometrické hodnoty téhož úhlu . . . 45
- 2.4 Goniometrické hodnoty významných úhlů . . . 46
- 2.5 Goniometrické vzorce . . . 52
- 2.6 Příklady . . . 57

3 Goniometrie obecného trojúhelníku 63
- 3.1 Věty o průmětech . . . 63
- 3.2 Goniometrické hodnoty tupých úhlů . . . 64
- 3.3 Sinová věta a obsah trojúhelníku . . . 66
- 3.4 Kosinová věta, závislost tří kosinů . . . 68
- 3.5 Tangentová věta, Mollweidovy vzorce . . . 72
- 3.6 Odvození součtových vzorců . . . 75
- 3.7 Příklady . . . 78

4 Goniometrické funkce v oboru $\mathbb{R}$ 85
- 4.1 Funkce sinus a kosinus . . . 85
  - 4.1.1 Dvě funkce orientovaného úhlu . . . 85
  - 4.1.2 Koloběh hodnot sinu a kosinu . . . 89
- 4.2 Funkce tangens a kotangens . . . 92

4.3 Základní goniometrické vzorce 96
4.3.1 Součtové a rozdílové vzorce 96
4.3.2 Funkce dvojnásobného a poloviního argumentu 99
4.3.3 Převody součinů na součty a naopak 101
4.4 Goniometrické rovnice a nerovnice 102
4.5 Goniometrické soustavy rovnic 117
4.6 Goniometrické identity a rovnosti 132
4.7 Příklady 146

5 Hlubší trigonometrické vztahy **163**
5.1 Trigonometrické identity 163
5.2 Trigonometrické nerovnosti 170

6 Další aplikace goniometrických funkcí **186**
6.1 Goniometrické substituce 186
6.2 Goniometrický tvar komplexních čísel 205
6.3 Z matematické kartografie 213

Závěr **230**

Literatura **231**