Obsah

Předmluva 9

1 Základní poznatky o výrocích a množinách 10

1.1 Výrok, operace s výroky 10
1.2 Obměněná implikace, obrácená implikace 10
1.3 Negace složených výroků 11
1.4 Výroky s kvantifikátory 11
1.5 Operace s množinami – průnik, sjednocení, rozdíl, doplněk ... 11

2 Základní typy rovnic a nerovnic 12

2.1 Lineární rovnice a nerovnice 12
2.2 Rovnice a nerovnice v součinovém tvaru 12
2.3 Rovnice a nerovnice v podílovém tvaru 12
2.4 Kvadratické rovnice 12
2.5 Vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice 13
2.6 Kvadratický trojčlen 13
2.7 Kvadratické nerovnice 14
2.8 Rovnice s neznámou ve jmenovateli 14
2.9 Nerovnice s neznámou ve jmenovateli 14
2.10 Rovnice s neznámou pod odmocninou 14
2.11 Nerovnice s neznámou pod odmocninou 14
2.12 Rovnice s neznámou v absolutní hodnotě 15
2.13 Nerovnice s neznámou v absolutní hodnotě 15
2.14 Řešení rovnic metodou substituce 15
2.15 Reciproké rovnice 16
2.16 Soustavy rovnic 16
2.17 Řešení soustav rovnic metodou substituce 17
2.18 Soustavy nerovnic 18
2.19 Slovní úlohy 18

3 Rovnice s parametrem 21

3.1 Lineární rovnice s parametrem 21
3.2 Rovnice s neznámou ve jmenovateli 21
3.3 Rovnice s neznámou pod odmocninou 21
3.4 Neznámá v absolutní hodnotě 21
3.5 Soustavy rovnic 21
3.6 Kvadratické rovnice s parametrem 22
3.7 Neznámá ve jmenovateli (po úpravě kvadratická rovnice) 22

4 Funkce 23

4.1 Definice funkce 23
4.2 Rovnost funkcí 23
4.3 Definiční obor funkce 23
4.4 Hodnota funkce, obor funkčních hodnot 23
4.5 Funkce složená 24
4.6 Vlastnosti funkcí 25
4.7 Vztahy mezi grafy funkcí 27

4.8 Lineární funkce 27
4.9 Kvadratická funkce 29
4.10 Úprava výrazu — graf funkce 29
4.11 Exponenciální funkce 30
4.12 Logaritmus čísla 31
4.13 Logaritmická funkce 32
4.14 Grafické řešení rovnic a nerovnic 33
4.15 Inverzní funkce 33
5 Exponenciální a logaritmické rovnice a nerovnice 34
5.1 Exponenciální rovnice 34
5.2 Logaritmické rovnice 35
5.3 Exponenciální nerovnice 37
5.4 Logaritmické nerovnice 38
6 Goniometrické funkce a trigonometrie 40
6.1 Velikost úhlu — míra stupňová, míra oblouková 40
6.2 Orientovaný úhel 40
6.3 Hodnoty goniometrických funkcí $y = \sin x$, $y = \cos x$ 40
6.4 Grafy goniometrických funkcí $y = \sin x$, $y = \cos x$ 41
6.5 Hodnoty goniometrických funkcí $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{cotg} x$ 42
6.6 Grafy goniometrických funkcí $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{cotg} x$ 42
6.7 Grafy goniometrických funkcí s absolutními hodnotami 43
6.8 Cyklometrické funkce 44
6.9 Základní vztahy mezi funkcemi 44
6.10 Vzorce pro dvojnásobný úhel 45
6.11 Součtové vzorce 46
6.12 Vzorce pro součet a rozdíl goniometrických funkcí 47
6.13 Vzorce pro poloviční úhel 48
6.14 Grafy funkcí — užití vzorců 48
6.15 Vztahy pro úhly v trojúhelníku 48
6.16 Sinová a kosinová věta 49
6.17 Vzorce pro obsah trojúhelníku, čtyřúhelníku 50
6.18 Vzorce pro poloměry kružnic trojúhelníku opsané a vepsané .. 51
6.19 Pravidelné mnohoúhelníky 51
7 Goniometrické rovnice a nerovnice 52
7.1 Goniometrické rovnice 52
7.2 Goniometrické nerovnice 55
8 Mocninné funkce, lineární lomená funkce 57
8.1 Grafy mocninných funkcí 57
8.2 Grafy lineárních lomených funkcí 58
8.3 Inverzní funkce k funkcím mocninným 59
8.4 Inverzní funkce k funkci lineární lomené 59
8.5 Počítání s odmocninami 59
8.6 Počítání s mocninami s celým exponentem 62
8.7 Počítání s mocninami s racionálním exponentem 63
8.8 Úpravy výrazů obsahujících mocniny a odmocniny 64

9 Posloupnosti a řady 66
9.1 Způsoby zadání posloupnosti 66
9.2 Vlastnosti posloupností 66
9.3 Aritmetická, geometrická posloupnost 67
9.4 Zápisy pomocí $\sum$ 70
9.5 Užití geometrické posloupnosti 71
9.6 Nekonečná geometrická řada 72
10 Geometrie — konstrukční úlohy 76
10.1 Základní typy bodových množin 76
10.2 Tečna z bodu ke kružnici 76
10.3 Konstrukce kružnic požadovaných vlastností 76
10.4 Konstrukce trojúhelníků a čtyřúhelníků 77
10.5 Konstrukce úseček 78
10.6 Shodná zobrazení 79
10.7 Skládání osových souměrností 81
10.8 Hledání minimálního součtu úseček (Hledání dráhy kulečníkové koule) 81
10.9 Stejnolehlost 81
10.10 Skládání rotace a stejnolehlosti 84
11 Geometrie — výpočty 85
11.1 Trojúhelníková nerovnost 85
11.2 Úhly střídavé, souhlasné, vedlejší, vrcholové 85
11.3 Úhly v trojúhelníku 85
11.4 Shodnost trojúhelníků 86
11.5 Podobnost trojúhelníků 86
11.6 Pythagorova věta a Euklidovy věty 87
11.7 Středový a obvodový úhel 88
11.8 Mocnost bodu ke kružnici 88
11.9 Aritmetický a geometrický průměr 89
12 Stereometrie 90
12.1 Vzájemná poloha dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin, tří rovin 90
12.2 Řezy 90
12.3 Průnik dvou rovin 91
12.4 Průnik přímky s rovinou 91
12.5 Průnik přímky s povrchem tělesa 92
12.6 Vzdálenost dvou bodů 92
12.7 Vzdálenost bodu od přímky 92
12.8 Vzdálenost rovnoběžných přímek 93
12.9 Vzdálenost mimoběžek 93
12.10 Vzdálenost bodu od roviny 93
12.11 Vzdálenost rovnoběžných rovin 93
12.12 Odchylka dvou přímek 94
12.13 Odchylka přímky od roviny 94
12.14 Odchylka dvou rovin 94
12.15 Další úlohy 95

12.16 Obsah řezu 95
12.17 Objemy a povrchy těles 96
13 Vektory 99
13.1 Vektor, souřadnice vektoru 99
13.2 Sčítání a odčítání vektorů, násobek vektoru 99
13.3 Lineární kombinace vektorů 100
13.4 Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory 100
13.5 Velikost vektoru 100
13.6 Skalární součin dvou vektorů $\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v}$ 101
13.7 Vektorový součin dvou vektorů $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$ 102
13.8 Smíšený součin tří vektorů $(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{w}$ 103
14 Analytická geometrie v rovině 105
14.1 Rovnice přímky 105
14.2 Úsečka, polopřímka, polorovina 106
14.3 Vzájemná poloha přímek 107
14.4 Odchylka dvou přímek 108
14.5 Výpočty vzdáleností 108
14.6 Zobrazení v analytické geometrii 110
14.7 Další úlohy 110
14.8 Vyšetřování množin bodů dané vlastnosti 113
15 Analytická geometrie v prostoru 114
15.1 Přímka v prostoru 114
15.2 Vzájemná poloha přímek v prostoru 114
15.3 Rovina 115
15.4 Vzájemná poloha přímky a roviny 117
15.5 Vzájemná poloha dvou rovin 117
15.6 Vzájemná poloha tří rovin 118
15.7 Odchylka dvou přímek 118
15.8 Odchylka přímky od roviny 119
15.9 Odchylka dvou rovin 119
15.10 Vzdálenost dvou bodů v prostoru 119
15.11 Vzdálenost bodu od přímky v prostoru 120
15.12 Vzdálenost bodu od roviny 120
15.13 Vzdálenost mimoběžek 120
15.14 Souměrnosti v prostoru 121
15.15 Další úlohy 121
15.16 Úlohy na tělesech 121
16 Kuželosečky 124
16.1 Kružnice 124
16.2 Elipsa 125
16.3 Hyperbola 126
16.4 Parabola 127
16.5 Obecná rovnice kuželosečky 128
16.6 Vnitřní (vnější) oblast kuželosečky 129
16.7 Kuželosečka a přímka 129

16.8 Tečna v bodě kuželosečky 130
16.9 Tečna z bodu ke kuželosečce 130
16.10 Tečna rovnoběžná s danou přímkou 130
16.11 Tečna kolmá k dané přímce 131
16.12 Tečna daným směrem 131
16.13 Další úlohy 131
16.14 Vyšetřování množin bodů dané vlastnosti 132
17 Komplexní čísla 134
17.1 Algebraický tvar komplexního čísla 134
17.2 Mocniny imaginární jednotky i 135
17.3 Znázornění komplexních čísel v Gaussově rovině 135
17.4 Čísla komplexně sdružená 135
17.5 Absolutní hodnota komplexního čísla 136
17.6 Goniometrický tvar komplexního čísla 137
17.7 Umocňování komplexních čísel 138
17.8 Odmocňování komplexních čísel 138
17.9 Rovnice v množině komplexních čísel 138
17.10 Kvadratická rovnice v množině komplexních čísel 139
17.11 Binomická rovnice 140
18 Kombinatorika a binomická věta 141
18.1 Faktoriál čísla — $n!$ 141
18.2 Kombinační číslo, vlastnosti kombinačních čísel 142
18.3 Rovnice a nerovnice s kombinačními čísly 143
18.4 Pravidlo kombinatorického součinu 145
18.5 Variace 146
18.6 Permutace 146
18.7 Kombinace 146
18.8 Variace, kombinace — rovnice 148
18.9 Variace, permutace, kombinace s opakováním 148
18.10 Binomická věta 148
18.11 Důkaz matematickou indukcí 150
19 Diferenciální počet a integrální počet 152
19.1 Limita funkce ve vlastním bodě 152
19.2 Limita funkce v nevlastním bodě 154
19.3 Jednostranné limity 154
19.4 Definice derivace funkce 155
19.5 Pravidla pro výpočet derivace 155
19.6 Tečna ke grafu funkce 156
19.7 Funkce rostoucí, klesající 157
19.8 Druhá derivace funkce 158
19.9 Maximum, minimum funkce 158
19.10 Průběh funkce 159
19.11 Derivace implicitní funkce 160
19.12 Derivace funkce a výpočet limity 160
19.13 Slovní úlohy řešené pomocí derivací 161
19.14 Primitivní funkce 162

19.15 Určitý integrál 165
19.16 Obsah rovinného obrazce 165
19.17 Objem rotačního tělesa 168
20 Pravděpodobnost a statistika 170
20.1 Definice pravděpodobnosti, vlastnosti pravděpodobnosti, binomické rozdělení 170
20.2 Aritmetický průměr, modus, medián, směrodatná odchylka, variační koeficient 175
Výsledky 177
Použité matematické symboly a značky 285
Seznam použité literatury 287