

Obsah

1	Základní principy matematického modelování. Pojem dynamického systému.	9
1.1	Základní principy matematického modelování.	9
1.1.1	Popis časové evoluce systému.	9
1.2	Pojem dynamického systému.	10
1.2.1	Vlastnosti dynamického systému.	10
1.3	Zadání dynamiky.	11
1.3.1	Kvalitativní teorie SODR.	13
1.4	Fázový tok SODR.	14
1.4.1	Poznámky k definici 5	14
1.4.2	Věta o existenci a jednoznačnosti řešení (1.9).	14
1.5	Příklady.	15
1.6	Rovnovážné stavy.	16
1.6.1	Stabilita rovnovážných stavů.	17
1.7	Další typy trajektorií.	18
1.7.1	Uzavřené trajektorie.	18
1.7.2	Trajektorie vcházející resp. vycházející z rovnovážných stavů.	18
1.8	Invariantní množiny fázového toku.	19
1.8.1	Pozitivně invariantní množiny.	20
1.8.2	ω -limitní množina trajektorie.	20
1.8.3	Pojem atraktoru.	21
2	Soustavy lineárních diferenciálních rovnic	23
2.1	Úvodní poznámky.	23
2.1.1	Pojem lineární nezávislosti.	23
2.1.2	Wronského determinant.	24
2.1.3	Množina všech řešení soustavy (2.2).	24
2.1.4	Vlastnosti fundamentální matice.	26
2.2	Exponenciála matice.	27
2.3	Vlastní čísla a vektory matice.	30
2.3.1	Výpočet vlastních čísel a vektorů.	31
2.4	Případ násobných a imaginárních vlastních čísel.	33
2.4.1	Případ imaginárních vlastních čísel.	33
2.4.2	Případ dvojnásobného vlastního čísla.	34
2.5	Fázové portréty lineárních soustav v rovině.	36

2.5.1	Transformace souřadnic.	36
2.5.2	Kanonické tvary rovinných lineárních soustav.	37
2.5.3	Fázové portréty v rovině $x_1 - x_2$	44
2.5.4	Případ, kdy $\det A = 0$	45
2.5.5	Případ $\lambda_2 = 0$	47
2.6	Diagram $\text{Tr } A - \det A$	48
3	Fázové portréty nelineárních soustav v rovině.	52
3.1	Klasifikace rovnovážných stavů nelineárních soustav.	52
3.1.1	Kvalitativně stejné fázové portréty.	56
3.1.2	Diferencovatelně ekvivalentní soustavy.	58
3.1.3	Grobmanova–Hartmanova věta.	59
3.2	Bendixonovo a Poincaréovo kritérium.	59
3.2.1	Bendixonovo kritérium.	59
3.2.2	Poincaréovo kritérium.	61
3.3	Zásady konstrukce fázových portrétů v rovině.	63
3.3.1	Indexy rovnovážných stavů.	63
4	Prvé integrály soustav obyčejných diferenciálních rovnic.	70
4.1	Definice a základní vlastnosti prvních integrálů.	70
4.2	Význam prvních integrálů pro rovinné soustavy.	71
4.2.1	Výpočet prvních integrálů.	72
4.3	Populační model „Dravec–kořist“.	74
4.3.1	Odvození modelu.	74
4.3.2	Fázový portrét soustavy (4.13).	75
4.3.3	Perturbace modelu (4.13).	77
4.3.4	Poincaréovo zobrazení.	79
4.3.5	Model „Dravec–kořist“ s vnitrodruhovou konkurencí kořisti.	81
4.4	Hamiltonovy systémy v rovině.	82
4.5	Newtonova rovnice.	85
4.5.1	Konstrukce fázového portréту soustavy (4.29).	86
4.5.2	Matematické kyvadlo.	88
5	Fázové portréty třírozměrných soustav.	94
5.1	Fázové portréty na přímce.	94
5.1.1	Fázové portréty nelineárních rovnic.	95
5.1.2	Integrální křivky rovnice $x' = v(x)$	96
5.1.3	Jednorozměrný populační model.	98
5.2	Fázové portréty třírozměrných lineárních soustav.	100
5.2.1	Třírozměrné fázové portréty.	101
5.2.2	Fázové portréty v souřadnicích x_1, x_2, x_3	104
5.3	Klasifikace rovnovážných stavů nelineárních třírozměrných soustav.	104
5.4	Lorenzův model.	106
5.4.1	Rovnovážné stavy soustavy (5.21).	106
5.5	Liouvillova věta (Věta o změně fázového objemu).	109

5.5.1	Důkaz Liouvillovy věty.	111
5.6	Ljapunovy funkce.	113
5.6.1	Příklady.	114
5.6.2	Gradientní systémy.	115
6	Strukturální stabilita a bifurkace.	116
6.1	Pojem strukturální stability.	116
6.1.1	ε -blízká vektorová pole.	117
6.1.2	Definice strukturální stability.	117
6.2	Pojem bifurkace.	117
6.2.1	1-parametrické systémy vektorových polí.	117
6.2.2	Bifurkace a změna stability rovnovážného stavu.	118
6.3	Příklady bifurkací rovnovážných stavů a jejich bifurkační diagramy.	118
6.3.1	Bifurkace sedlo–uzel.	119
6.3.2	Transkritická bifurkace.	120
6.3.3	Vidličková bifurkace.	121
6.3.4	Hopfova bifurkace.	123
6.4	Dvourozměrný model chemické reakce „Brusselátor“.	126
6.5	Tlumený oscilátor	127
A	Snížení počtu parametrů soustav obyčejných diferenciálních rovnic.	130