

Obsah

DEFINIČNÍ OBOR FUNKCÍ JEDNÉ PROMĚNNÉ

Definiční obor funkcí jedné proměnné	5
Definiční obor funkcí dvou proměnných	8
Inverzní funkce	14
Limity funkcí jedné proměnné	18
Derivace funkcí jedné proměnné	21
Parciální derivace funkcí dvou proměnných	25
Asymptoty grafu funkce jedné proměnné	28
Rovnice tečny a normály grafu funkce jedné proměnné	31
Tečná rovina a normála grafu funkce dvou proměnných	35
Intervaly monotonie a extrémy funkcí jedné proměnné	38
Intervaly konvexity a konkávnosti grafu funkce jedné proměnné	41
Extrémy funkcí dvou proměnných	44
Vázané extrémy funkcí dvou proměnných	47
Průběh funkcí jedné proměnné	51
Taylorův rozvoj funkcí jedné proměnné	57



Nerovnice je splněna pro $x \in (-\infty, -4) \cup (-1, \infty)$. Z druhé nerovnice je vidět, že $x + 4 > 0$, tj. $x > -4$, a protože zároveň $x < 8$ a $x \neq 7$, je $D(f) = (-1, 7) \cup (7, 8)$.

Příklad 3. Určete definiční obor funkce $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - x - 6}{\log(1+x)}} + \sqrt{\log(\log(15-x))}$.

Řešení. Musí platit: $\frac{x^2 - x - 6}{\log(1+x)} \geq 0$, $\log(1+x) \neq 0$, $1+x > 0$ a zároveň podmínky vyplývající z druhého sčítance funkčního předpisu zadané funkce, tedy $\log(\log(15-x)) \geq 0$, $\log(15-x) > 0$ a $15-x > 0$. Řešíme nejprve podmínky vyplývající z prvního sčítance funkčního předpisu. Po úpravě $\frac{(x-3)(x+2)}{\log(1+x)} \geq 0$ a $1+x \neq 1$ a $x > -1$. Z prostřední nerovnosti plyne, že $x \neq 0$. První nerovnici řešíme metodou nulových bodů.



Znaménka zlomku budeme určovat pouze na intervalu $(-1, \infty)$, neboť $\log(1+x)$ není pro $x < -1$ definován. Částečným řešením je $x \in (-1, 0) \cup (3, \infty)$. Nyní řešíme podmínky vyplývající z druhého sčítance funkčního předpisu: $\log(\log(15-x)) \geq 0$, $\log(15-x) > 0$, $15-x > 0$, tedy po úpravě $\log(15-x) \geq 1$, $15-x > 1$, $x < 15$, tedy $15-x \geq 10$, $x < 14$, $x < 15$, tedy $x \leq 5$. Definičním oborem funkce je $D(f) = (-2, 0) \cup (0, 3) \cup (3, 5)$.

Příklad 4. Určete definiční obor funkce $f(x) = \sqrt{\ln \frac{x+1}{x-1}} + \sqrt{\frac{1}{\log(x-2)-1}}$.

Řešení. Musí být splněny tyto podmínky: $\ln \frac{x+1}{x-1} \geq 0$, $\frac{x+1}{x-1} > 0$, $x-1 \neq 0$, $\log(x-2)-1 \neq 0$ a $x-2 > 0$. Z první podmínky plyne, že $\frac{x+1}{x-1} \geq 1$, tím je splněna