

Obsah

Úvod

1 Diskrétní Fourierova transformace

1.1	Základní pojmy a označení	7
1.2	Fourierova transformace v $l^2(\mathbb{Z}_N)$	8
1.2.1	Vlastnosti DFT a IDFT a jejich maticová reprezentace	9
1.2.2	Operátor translace, konvoluce a konjugované reflexe	9
1.2.3	Lineární transformace	11
1.2.4	Rychlá Fourierova transformace	13
1.3	Fourierova transformace v $l^2(\mathbb{Z})$	13
1.4	Příklady	15

2 Wavelety v prostoru $l^2(\mathbb{Z}_N)$

2.1	Haarova báze v prostoru $l^2(\mathbb{Z}_N)$	17
2.2	První úroveň waveletové báze	18
2.3	Wavelety na p -té úrovni	21
2.4	Příklady	27

3 Wavelety v prostoru $l^2(\mathbb{Z})$

3.1	První úroveň waveletové báze	31
3.2	Wavelety na p -té úrovni	34
3.3	Implementace a příklady waveletů	37
3.4	Příklady	40

4 Spojitá Fourierova a waveletová transformace

4.1	Fourierova transformace v $L^2(\mathbb{R})$	41
4.2	Okénková transformace	46
4.3	Spojitá waveletová transformace v $L^2(\mathbb{R})$	47
4.4	Příklady	48
4.5	Poznámky a dodatky	50

5 Teorie waveletů v prostoru $L^2(\mathbb{R})$

5.1	Haarův wavelet	53
5.2	Multirozklad a konstrukce waveletů	55
5.3	Konstrukce MRA	62
5.4	Mallatův algoritmus	74
5.5	Regularita a aproximační vlastnosti	77
5.6	Příklady	79

6	Wavelety s kompaktním nosičem	85
6.1	Škálová funkce s kompaktním nosičem	85
6.2	Konstrukce škálové funkce s kompaktním nosičem	92
6.3	Aproximační vlastnosti	96
6.3.1	Polynomiální přesnost	96
6.3.2	Momenty škálové funkce a waveletu	97
6.3.3	Vlastnosti waveletových koeficientů	103
6.3.4	Chyba aproximace	104
6.3.5	Vlastnosti škálových parametrů	105
6.4	Periodické wavelety	106
6.4.1	Definice a základní vlastnosti	106
6.4.2	Periodická verze MRA v prostoru $L^2((0,1))$	107
6.4.3	Rozvoj periodických funkcí	108
6.4.4	Aproximační vlastnosti prostoru $\tilde{V}_j$	109
6.5	Rychlá waveletová transformace	109
6.5.1	Mallatův algoritmus a maticová reprezentace	109
6.5.2	Waveletová transformace dat	112
6.6	Algoritmy	113
6.7	Daubechiesové a Coifmanovy wavelety	116
6.8	Příklady	123
7	GMRA a wavelety v prostoru $L^2(\mathbb{R}^2)$	125
7.1	Zobecnění multirozkladu prostoru $L^2(\mathbb{R})$ - GMRA	125
7.1.1	Základní pojmy a vlastnosti	125
7.1.2	Definice GMRA a její vlastnosti	127
7.1.3	Splinové wavelety	131
7.2	Biortogonální wavelety	133
7.2.1	Duální multirozklady	133
7.2.2	Biortogonální wavelety	135
7.2.3	Splinové a Coifmanovy biortogonální wavelety	138
7.3	Multiwavelety	142
7.4	Teorie waveletů v prostoru $L^2(\mathbb{R}^2)$	143
7.5	Dodatky	146
7.6	Příklady	156
8	Aplikace teorie waveletů	161
8.1	Komprese dat	161
8.2	Numerická kvadratura	162
8.3	Aplikace na řešení diferenciálních rovnic	164
8.3.1	Vztahové koeficienty a diferenciální matice	165
8.3.2	Modelové úlohy	169
8.4	Reprezentace lineárních operátorů	181
8.4.1	Nestandardní reprezentace	182
8.4.2	Standardní reprezentace	184
8.5	Wavelety v Hilbertově prostoru	185
8.5.1	Multirozklad Hilbertova prostoru	185
8.5.2	Předpoklady pro eliptické úlohy	189
8.6	Příklady	190
	Literatura	197