

# OBSAH

---

ÚVOD .....	9
1. PROLOG ANEB ARS CONIECTANDI (J. Coufal).....	9
1.1. Jak to asi všechno začalo .....	9
1.2. Již staří Řekové.....	19
1.3. Ex Oriente lux.....	34
1.4. Dodatek k historii .....	38
1.5. Epilog prologu .....	40
Cvičení .....	41
2. JAZYK MATEMATIKY ANEB MUNDUS SYMBOLICUS (J. Coufal).....	49
2.1. Jazyk.....	49
2.2. Množiny .....	51
2.3. Matematická logika .....	53
2.4. Množinové operace.....	64
2.5. Zobrazení.....	68
2.6. Číselné množiny .....	76
2.7. Arithmetica infinitorum aneb rozšířená číselná osa.....	86
Cvičení .....	92
3. SPECIÁLNÍ ZOBRAZENÍ (J. Coufal) .....	99
3.1. Reálné funkce.....	99
3.2. Reálné funkce jedné reálné proměnné.....	107
3.3. Elementární funkce .....	118
3.4. Komplexní funkce jedné reálné proměnné.....	135
3.5. Posloupnosti.....	144
Cvičení .....	152
 LINEÁRNÍ ALGEBRA .....	 165
4. LINEÁRNÍ (VEKTOROVÉ) PROSTORY (J. Klůfa).....	165
4.1. Definice lineárního prostoru .....	165
4.2. Příklady lineárních prostorů.....	166
4.3. Aritmetický lineární prostor.....	168
4.4. Podprostor lineárního prostoru.....	169
4.5. Určující skupina lineárního prostoru.....	172
4.6. Lineární závislost a nezávislost vektorů.....	175
4.7. Báze lineárního prostoru .....	177
4.8. Hodnost lineárního prostoru .....	181
4.9. Lineární prostory se skalárním součinem .....	184
Cvičení .....	190
5. MATICE (J. Klůfa).....	195
5.1. Základní pojmy.....	195
5.2. Základní maticové operace .....	196

5.3. Lineární prostor matic .....	198
5.4. Hodnota matice .....	200
5.5. Transponované matice .....	205
Cvičení .....	206
6. SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ROVNIC (J. Klůfa) .....	211
6.1. Základní pojmy .....	211
6.2. Zápis soustavy lineárních rovnic .....	211
6.3. Řešitelnost soustavy lineárních rovnic .....	213
6.4. Věta o ekvivalentních soustavách lineárních rovnic .....	215
6.5. Gaussova a Jordanova metoda řešení soustav lineárních rovnic .....	217
6.6. Homogenní soustavy lineárních rovnic .....	223
6.7. Věta o obecném řešení soustavy lineárních rovnic .....	226
6.8. Geometrické interpretace .....	227
6.9. Dodatek .....	243
Cvičení .....	246
7. Maticová algebra (J. Klůfa) .....	251
7.1. Čtvercové matice .....	251
7.2. Součin matic .....	252
7.3. Asociativní a distributivní zákon pro maticové operace .....	256
7.4. Inverzní matice .....	258
7.5. Vlastnosti transponovaných matic .....	264
7.6. Symetrické matice .....	266
7.7. Maticové rovnice .....	269
7.8. Maticový zápis soustavy lineárních rovnic .....	274
7.9. Lineární transformace .....	278
7.10. Diagonální matice. Redukce symetrických matic na diagonální .....	280
7.11. Dodatek .....	285
Cvičení .....	288
8. DETERMINANTY A KVADRATICKÉ FORMY (J. Klůfa) .....	293
8.1. Definice determinantu .....	293
8.2. Rozvoj determinantu podle řádku (sloupce) .....	295
8.3. Řádkové (sloupcové) úpravy determinantu .....	298
8.4. Další věty o determinantech .....	305
8.5. Užití determinantů .....	307
8.6. Charakteristická (vlastní) čísla matice .....	314
8.7. Kvadratické formy a jejich klasifikace .....	317
8.8. Určení typu kvadratické formy .....	321
8.9. Dodatek .....	331
Cvičení .....	333
MATEMATICKÁ ANALÝZA .....	339
9. KONVERGENCE (J. Coufal) .....	339
9.1. Introductio in analysis infinitorum .....	339
9.2. De analysi indivisibilium .....	346
9.3. Standardní konvergence na $\mathcal{R}$ a $\mathcal{R}^*$ .....	349

9.4. Standardní konvergence na $\mathcal{R}^n$ .....	358
9.5. Spojitost zobrazení .....	360
9.6. Limita zobrazení .....	366
Cvičení .....	373
10. DIFERENCIÁLNÍ POČET FUNKCÍ JEDNÉ REÁLNÉ PROMĚNNÉ (M. Kaňka) .....	379
10.1. Derivace .....	379
Cvičení .....	398
10.2. Extrémy funkcí .....	403
10.3. Věta o střední hodnotě .....	408
10.4. Funkce konvexní a konkávní .....	414
10.5. Inflexe .....	419
10.6. L'Hospitalovo pravidlo .....	423
Cvičení .....	430
10.7. Průběh funkce .....	432
Cvičení .....	448
10.8. Taylorův polynom .....	454
Cvičení .....	463
11. INTEGRÁLY (M. Kaňka) .....	465
11.1. Primitivní funkce, neurčitý integrál .....	465
11.2. Integrační metoda po částech (per partes) .....	469
Cvičení .....	474
11.3. Integrace substitucí .....	475
Cvičení .....	480
11.4. Integrály typu $\int \frac{Ax+B}{x^2+px+q} dx$ .....	484
Cvičení .....	489
11.5. Riemannův určitý integrál .....	496
Cvičení .....	511
11.6. Nevlastní integrály .....	514
12. NEKONEČNÉ ŘADY (J. Henzler) .....	525
12.1. Nekonečná číselná řada a její součet .....	525
12.2. Geometrická řada .....	527
12.3. Obecné vlastnosti řad .....	528
12.4. Řady s nezápornými členy. Srovnávací kritérium .....	532
12.5. Podílové kritérium .....	535
12.6. Odmocninové kritérium .....	539
12.7. Integrální kritérium .....	541
12.8. Alternující řady. Leibnizovo kritérium .....	547
12.9. Řady ostatní. Absolutní konvergence řad .....	549
12.10. Funkční řady. Weierstrassovo kritérium .....	552
12.11. Mocninné řady .....	555
12.12. Taylorova řada .....	562
Cvičení .....	566
13. FUNKCE VÍCE PROMĚNNÝCH (J. Henzler) .....	571
13.1. Konvergence v $E_r$ .....	571
13.2. Množiny v $E_r$ .....	575

13.3. Zobrazení typu $(r, s)$ .....	579
13.4. Spojitost a limita zobrazení typu $(r, s)$ .....	583
13.5. Reálné funkce $r$ reálných proměnných .....	585
13.6. Parciální derivace .....	593
13.7. Hladké funkce a diferenciál .....	597
13.8. Derivace složené funkce .....	605
13.9. Implicitně definované funkce .....	611
13.10. Vyšší parciální derivace .....	619
13.11. Extrémy funkcí $r$ proměnných .....	623
13.12. Lokální extrémy .....	627
13.13. Globální extrémy spojitých funkcí na kompaktních množinách .....	632
13.14. Vázané extrémy spojitých funkcí na kompaktních množinách .....	635
13.15. Výpočet globálních extrémů spojitých funkcí na kompaktních množinách s hladkou hranicí .....	644
13.16. Globální a vázané extrémy na nekompaktních množinách .....	647
13.17. Lokální vázané extrémy .....	652
Cvičení .....	657
14. DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE (M. Kaňka).....	667
14.1. Diferenciální rovnice $n$ -tého řádu .....	671
14.2. Diferenciální rovnice prvního řádu .....	673
Cvičení .....	681
14.3. Lineární diferenciální rovnice .....	682
Cvičení .....	689
14.4. Lineární diferenciální rovnice $n$ -tého řádu .....	691
14.5. Lineární diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty .....	694
Cvičení .....	697
Lineární diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty a nenulovou pravou stranou .....	697
Cvičení .....	701
Lineární diferenciální rovnice $n$ -tého řádu s konstantními koeficienty .....	702
Cvičení .....	708
14.6. Lineární diferenciální rovnice $n$ -tého řádu s konstantními koeficienty a speciální pravou stranou .....	709
Cvičení .....	713
15. DIFERENCE A DIFERENČNÍ ROVNICE (J. Henzler) .....	719
15.1. Funkce a posloupnosti .....	719
15.2. Diference .....	719
15.3. Vyšší diference .....	721
15.4. Diferenční rovnice prvního řádu .....	723
15.5. Diferenční rovnice vyšších řádů .....	724
15.6. Lineární diferenční rovnice $k$ -tého řádu .....	726
15.7. Zkrácené diferenční rovnice s konstantními koeficienty .....	728
15.8. Lineární diferenční rovnice s konstantními koeficienty .....	731
15.9. Diference funkcí .....	736
Cvičení .....	737
Literatura .....	742