

# Obsah

<b>Předmluva</b> .....	7
<b>Kapitola I</b>	
Numerické řešení okrajových úloh pro obyčejné diferenciální rovnice .....	11
1. Okrajové úlohy pro obyčejné diferenciální rovnice .....	12
1.1 Příklady okrajových úloh .....	12
1.2 Formulace okrajových úloh .....	14
1.3 Cvičení .....	21
2. Řešení okrajových úloh převodem na úlohy počáteční .....	22
2.1 Numerické metody řešení diferenciálních rovnic .....	22
2.2 Metoda střelby .....	23
2.3 Metoda přesunu okrajové podmínky .....	40
2.4 Cvičení .....	46
3. Diskretizace okrajových úloh diferenčními metodami .....	49
3.1 Principy diskretizace okrajových úloh .....	49
3.2 Metoda konečných diferencí pro Dirichletovu úlohu .....	50
3.3 Metoda konečných diferencí pro obecnou okrajovou úlohu .....	57
3.4 Metoda integrálních identit .....	67
3.5 Soustavy síťových rovnic .....	73
3.6 Cvičení .....	79
4. Diskretizace okrajových úloh metodami Galerkinova typu .....	81
4.1 Předběžné úvahy .....	81
4.2 Slabá formulace okrajových úloh .....	87
4.3 Galerkinova metoda .....	95
4.4 Ritzova metoda .....	103
4.5 Cvičení .....	107
5. Metoda konečných prvků .....	109
5.1 Bázové funkce .....	109
5.2 Výklad metody konečných prvků .....	118
5.3 Algoritmizace metody konečných prvků .....	123
5.4 Cvičení .....	129
<b>Kapitola II</b>	
Numerické řešení okrajových úloh pro parciální diferenciální rovnice eliptického typu (stacionární rovnice) .....	131
6. Okrajové úlohy pro parciální diferenciální rovnice eliptického typu .....	132
6.1 Příklady okrajových úloh .....	132
6.2 Klasické a slabé řešení okrajových úloh .....	134

6.3	Variační úlohy	144
6.4	Cvičení	145
7.	Diskretizace eliptických úloh diferenčními metodami	147
7.1	Úvod	147
7.2	Metoda konečných diferencí	147
7.3	Principy aproximace úloh v $\mathbb{R}^2$	156
7.4	Metoda integrálních identit	166
7.5	Sestavování síťových rovnic	174
7.6	Cvičení	175
8.	Diskretizace eliptických úloh metodami Galerkinova typu	177
8.1	Ritzova metoda	177
8.2	Problém ohybu pružné desky	181
8.3	Metoda vážených reziduí	183
8.4	Galerkinova metoda	184
8.5	Cvičení	185
9.	Metoda konečných prvků pro eliptické úlohy	187
9.1	Úvod	187
9.2	Triangulace	187
9.3	Po částech lineární báze funkce	189
9.4	Konstrukce báze funkce z $V_1^h$	190
9.5	Věta o aproximaci	193
9.6	Trojúhelníkové prvky vyšších stupňů	193
9.7	Diskretizace standardní úlohy	194
9.8	Algoritmizace MKP	195
9.9	Stručné shrnutí algoritmu MKP	201
9.10	Cvičení	203
10.	Iterační metody řešení síťových rovnic	205
10.1	Úvod	205
10.2	Metoda superrelaxace	206
10.3	Metoda střídavých směrů	206
10.4	Metoda sdružených gradientů s předpodmíněním	207
10.5	Zhodnocení iteračních metod	208
10.6	Metoda více sítí	210
11.	Otázky konvergence a stability. Výběr metody	212
11.1	Úvod	212
11.2	Aproximace diferenciální úlohy diferenční metodou	212
11.3	Konvergence a chyba diferenční metody	214
11.4	Stabilita diferenčních metod	215
11.5	Laxova věta	216
11.6	Příklad	217

11.7	Odhad chyby Galerkinovy metody .....	217
11.8	Věta (Céaovo lemma) .....	218
11.9	Konvergence Galerkinovy a Ritzovy metody .....	219
11.10	Diferenční metody a metoda konečných prvků .....	219
<b>Kapitola III</b>		
	Numerické řešení počátečně-okrajových úloh pro parciální diferenciální rovnice parabolického a hyperbolického typu (evoluční rovnice) .....	221
12.	Úlohy pro parciální diferenciální rovnice parabolického typu .....	222
12.1	Parciální diferenciální rovnice parabolického typu .....	222
12.2	Rovnice pro vedení tepla .....	222
12.3	Obecná lineární rovnice parabolického typu .....	223
12.4	Příklady .....	223
12.5	Počátečně-okrajové úlohy pro parabolické rovnice .....	224
12.6	Příklad .....	225
12.7	Vlastnosti řešení rovnice pro vedení tepla .....	226
12.8	Klasické řešení počátečně-okrajové úlohy .....	228
12.9	Zobecněná řešení počátečně-okrajové úlohy .....	229
12.10	Cvičení .....	230
13.	Diferenční metody pro parabolické rovnice .....	231
13.1	Explicitní metoda .....	231
13.2	Algoritmus explicitní metody .....	234
13.3	Příklad .....	234
13.4	Konvergence a oblast závislosti .....	234
13.5	Příklad .....	235
13.6	Stabilita explicitní metody .....	236
13.7	Věta o konvergenci .....	236
13.8	Vyšetřování stability explicitních schémat .....	238
13.9	Implicitní metoda .....	240
13.10	Algoritmus implicitní metody .....	242
13.11	Crankova-Nicolsonova metoda .....	243
13.12	Příklad .....	245
13.13	Monotónnost přibližného řešení .....	245
13.14	Okrajové podmínky obsahující derivace .....	246
13.15	Počátečně-okrajové úlohy pro obecné parabolické rovnice .....	247
13.16	Počátečně-okrajové úlohy ve více prostorových proměnných .....	248
13.17	Cvičení .....	250
14.	Semidiskrétní metody pro parabolické rovnice .....	252
14.1	Metoda přímek .....	252
14.2	Semidiskrétní Galerkinova metoda .....	253
14.3	Numerické řešení vzniklých počátečních úloh .....	254
14.4	Metoda časové diskretizace .....	255

14.5	Numerické řešení vzniklých okrajových úloh	256
14.6	Cvičení	257
15.	Úlohy pro parciální diferenciální rovnice hyperbolického typu	258
15.1	Rovnice zákonů zachování v mechanice	258
15.2	Lineární hyperbolická rovnice prvního řádu	260
15.3	Kvazilineární hyperbolická rovnice prvního řádu	264
15.4	Příklad	265
15.5	Počátečně-okrajová úloha	267
15.6	Soustavy rovnic prvního řádu hyperbolického typu	269
15.7	Úlohy pro hyperbolické soustavy	270
15.8	Oblast vlivu a oblast závislosti	272
15.9	Cvičení	273
16.	Metoda charakteristik	275
16.1	Úvodní informace	275
16.2	Massauova metoda pro řešení lineární počátečně-okrajové úlohy	275
16.3	Příklad	277
16.4	Massauova metoda pro kvazilineární rovnici	277
16.5	Massauova metoda pro kvazilineární soustavu rovnic	278
16.6	Příklad	280
16.7	Cvičení	281
17.	Diferenční metody pro hyperbolické rovnice prvního řádu	282
17.1	Principy diferenčních metod pro hyperbolické rovnice	282
17.2	Explicitní metody	282
17.3	Konvergence explicitní metody	286
17.4	Implicitní metody	287
17.5	Rovnice s proměnnými koeficienty	290
17.6	Metody druhého řádu	290
17.7	Diferenční metoda pro řešení hyperbolické soustavy	294
17.8	Problematika diferenčních metod	299
17.9	Cvičení	301
	<b>Literatura</b>	<b>303</b>