

# OBSAH

|   |           |
|---|-----------|
| Předmluva k českému vydání . . . . .                                      | 7         |
| Předmluva . . . . .   | 8         |
| <b>Úvod . . . . .</b>   | <b>15</b> |
| Množiny . . . . .   | 15        |
| Zobrazení . . . . .   | 17        |
| Inverzní zobrazení . . . . .  | 18        |
| Suprema a infima reálných čísel . . . . .                                 | 19        |
| Nerovnosti . . . . .  | 19        |
| Kroneckerův symbol delta . . . . .  | 20        |
| <b>Kapitola 1. Abstraktní přístup k lineárním úlohám . . . . .</b>        | <b>21</b> |
| 1.0 Úvodní poznámky . . . . .   | 21        |
| 1.1 Abstraktní lineární prostory . . . . .                                | 22        |
| 1.2 Příklady lineárních prostorů . . . . .                                | 26        |
| 1.3 Lineární operátory . . . . .  | 30        |
| 1.4 Lineární operátory v konečně dimenzionálních prostorech . . . . .     | 34        |
| 1.5 Další příklady lineárních operátorů . . . . .                         | 37        |
| 1.6 Lineární funkcionály . . . . .  | 44        |
| 1.61 Lineární funkcionály na konečně dimenzionálních prostorech . . . . . | 47        |
| 1.7 Zornovo lemma . . . . .   | 49        |
| 1.71 Věty o rozšíření lineárních operátorů . . . . .                      | 50        |
| 1.72 Hamelovy báze . . . . .  | 54        |
| 1.8 Algebraicky duální operátor . . . . .                                 | 56        |
| 1.9 Anihilátory . . . . .   | 58        |
| 1.91 Obory hodnot a nulové množiny . . . . .                              | 61        |
| 1.92 Závěrečné poznámky . . . . .   | 62        |
| <b>Kapitola 2. Topologie . . . . .</b>                                    | <b>65</b> |
| 2.0 K záմěrům této kapitoly . . . . .                                     | 65        |
| 2.1 Topologické prostory . . . . .  | 65        |
| 2.11 Relativní topologie . . . . .  | 68        |
| 2.12 Spojitá zobrazení . . . . .  | 69        |

|   |   |     |
|---|---|-----|
| 2.2   | Kompaktní množiny . . . . .   | 70  |
| 2.21  | Množiny první a druhé kategorie. Separabilita . . . . .                         | 71  |
| 2.3   | Oddělovací axiomu. Hausdorffovy prostory . . . . .                              | 72  |
| 2.31  | Lokálně kompaktní prostory . . . . .  | 75  |
| 2.4   | Metrické prostory . . . . .   | 76  |
| 2.41  | Úplnost . . . . .   | 81  |
| 2.5   | Součin topologických prostorů . . . . .   | 86  |
| <b>Kapitola 3. Topologické lineární prostory</b> . . . . .        |   | 88  |
| 3.0   | Úvod . . . . .  | 88  |
| 3.1   | Normované lineární prostory . . . . .   | 89  |
| 3.11  | Příklady normovaných lineárních prostorů . . . . .                              | 93  |
| 3.12  | Konečně dimenzionální normované lineární prostory . . . . .                     | 100 |
| 3.13  | Banachovy prostory . . . . .  | 103 |
| 3.14  | Faktorové prostory . . . . .  | 108 |
| 3.2   | Prostory se skalárním součinem . . . . .  | 110 |
| 3.21  | Hilbertovy prostory . . . . .   | 122 |
| 3.22  | Úplnost některých ortonormálních množin . . . . .                               | 124 |
| 3.3   | Topologické lineární prostory . . . . .   | 126 |
| 3.4   | Konvexní množiny . . . . .  | 132 |
| 3.41  | Minkowského funkcionály . . . . .   | 136 |
| 3.5   | Lineární variety . . . . .  | 138 |
| 3.6   | Konvexní množiny a nadroviny . . . . .  | 141 |
| 3.7   | Pseudonormy . . . . .   | 144 |
| 3.8   | Lokálně konvexní prostory . . . . .   | 146 |
| 3.81  | Slabé topologie na lineárních prostorech. Dualita . . . . .                     | 151 |
| 3.9   | Metrické lineární prostory . . . . .  | 154 |
| <b>Kapitola 4. Obecné věty o lineárních operátorech</b> . . . . . |   | 158 |
| 4.0   | Úvod . . . . .  | 158 |
| 4.1   | Prostory lineárních operátorů . . . . .   | 159 |
| 4.11  | Integrální rovnice druhého druhu. Neumannova řada . . . . .                     | 163 |
| 4.12  | $\mathcal{L}^2$ – jádra . . . . .   | 166 |
| 4.13  | Diferenciální a integrální rovnice . . . . .                                    | 168 |
| 4.2   | Uzavřené lineární operátory . . . . .   | 171 |
| 4.3   | Normovaný duální prostor k normovanému lineárnímu prostoru . . . . .            | 181 |
| 4.31  | Druhý normovaný duální prostor . . . . .  | 186 |
| 4.32  | Reprezentace lineárních funkcionálů v některých lineárních prostorech . . . . . | 187 |
| 4.4   | Princip stejnomořné omezenosti . . . . .  | 196 |
| 4.41  | Slabá konvergence . . . . .   | 201 |
| 4.42  | Aplikace holomorfních zobrazení s hodnotami v lineárním prostoru . . . . .      | 203 |
| 4.5   | Duální operátor ke spojitému lineárnímu operátoru . . . . .                     | 206 |
| 4.51  | Reprezentace spojitých lineárních operátorů v některých prostorech . . . . .    | 208 |
| 4.52  | Věta M. Riesze o konvexním zobrazení . . . . .                                  | 213 |
| 4.6   | Anihilátory, obory hodnot a nulové množiny . . . . .                            | 215 |
| 4.61  | Slabá kompaktnost v normovaných lineárních prostorech . . . . .                 | 218 |
| 4.62  | Saturované podprostory duálního prostoru . . . . .                              | 222 |
| 4.7   | Věty o spojitéch inverzních operátozech . . . . .                               | 223 |
| 4.71  | Stavy lineárního operátoru a duálního operátoru . . . . .                       | 225 |
| 4.8   | Projekce . . . . .  | 229 |

|   |  |     |
|---|--|-----|
| 4.81  | Spojité lineární funkcionály na Hilbertově prostoru . . . . .    | 222 |
| 4.82  | Ortogonalní doplňky . . . . .                                    | 234 |
| 4.83  | Dirichletův princip . . . . .                                    | 235 |
| 4.9   | Adjungované operátory . . . . .                                  | 237 |
| <b>Kapitola 5. Spektrální analýza lineárních operátorů . . . . .</b>  |  | 241 |
| 5.0   | Úvod . . . . .   | 241 |
| 5.1   | Rezolventa . . . . .   | 243 |
| 5.2   | Spektrum omezeného lineárního operátoru . . . . .                | 247 |
| 5.3   | Rozklady spektra . . . . .                                       | 251 |
| 5.4   | Redukce . . . . .  | 255 |
| 5.41  | $\alpha$ -index a $\delta$ -index lineárního operátoru . . . . . | 257 |
| 5.5   | Kompaktní lineární operátory . . . . .                           | 260 |
| 5.6   | Operátorový počet . . . . .                                      | 272 |
| 5.7   | Spektrální množiny a projekce . . . . .                          | 282 |
| 5.71  | Věta o zobrazení spektra . . . . .                               | 285 |
| 5.8   | Izolované body spektra . . . . .                                 | 288 |
| 5.9   | Operátory s racionální rezolventou . . . . .                     | 296 |
| <b>Kapitola 6. Spektrální analýza v Hilbertově prostoru . . . . .</b> |  | 303 |
| 6.0   | Úvod . . . . .   | 303 |
| 6.1   | Bilineární a kvadratické formy . . . . .                         | 303 |
| 6.11  | Symetrické lineární operátory . . . . .                          | 306 |
| 6.12  | Schurova věta . . . . .  | 309 |
| 6.2   | Normální a samoadjungované operátory . . . . .                   | 311 |
| 6.3   | Ortogonalní projekce . . . . .                                   | 315 |
| 6.4   | Kompaktní symetrické operátory . . . . .                         | 316 |
| 6.41  | Symetrické operátory s kompaktní rezolventou . . . . .           | 323 |
| 6.5   | Spektrální věta pro spojité samoadjungované operátory . . . . .  | 326 |
| 6.6   | Unitární operátory . . . . .                                     | 336 |
| 6.7   | Nespojité samoadjungované operátory . . . . .                    | 341 |
| <b>Kapitola 7. Integrace a lineární funkcionály . . . . .</b>         |  | 345 |
| 7.0   | Poznámky a vysvětlivky . . . . .                                 | 345 |
| 7.1   | Prostor $L(\mu)$ . . . . .                                       | 346 |
| 7.2   | Zobecněné a komplexní míry . . . . .                             | 353 |
| 7.21  | Radonova-Nikodymova věta . . . . .                               | 355 |
| 7.3   | Reálný prostor $L^p(\mu)$ . . . . .                              | 355 |
| 7.4   | Spojité lineární funkcionály na $L^p$ . . . . .                  | 360 |
| 7.41  | Komplexní prostory $L^p$ . . . . .                               | 364 |
| 7.5   | Míry na lokálně kompaktních Hausdorffových prostorech . . . . .  | 364 |
| 7.51  | Zobecněné a komplexní borelovské míry . . . . .                  | 367 |
| 7.6   | Lineární svazy . . . . .   | 369 |
| 7.7   | Lineární funkcionály na $C_\infty(T)$ . . . . .                  | 370 |
| 7.8   | Konečně aditivní množinové funkce . . . . .                      | 378 |
| 7.9   | Lebesgueovy integrály podle náboje . . . . .                     | 381 |
| Doslov . . . . .  |  | 385 |
| Seznam literatury . . . . .   |  | 387 |
| Seznam symbolů . . . . .  |  | 391 |
| Rejstřík jmenný a věcný . . . . .                                     |  | 398 |