

# Obsah

	<b>Predslov</b> . . . . .	9
	<b>Úvod</b>	
<b>1</b>	<b>Množiny a reálne čísla</b> . . . . .	13
1.1	Výroky . . . . .	13
1.2	Množiny . . . . .	15
1.3	Sčítanie a násobenie reálnych čísel . . . . .	18
1.4	Usporiadanie reálnych čísel . . . . .	22
1.5	Úplnosť množiny reálnych čísel . . . . .	26
<b>2</b>	<b>Funkcia</b> . . . . .	34
2.1	Pojem funkcie . . . . .	34
2.2	Zložená funkcia . . . . .	36
2.3	Inverzná funkcia . . . . .	37
	<b>Diferenciálny počet reálnej funkcie jednej reálnej premennej</b>	
<b>1</b>	<b>Spojitosť funkcie</b> . . . . .	45
1.1	Definícia spojitosti . . . . .	45
1.2	Spojitosť zúženia funkcie . . . . .	48
1.3	Spojitosť ako lokálna vlastnosť funkcie . . . . .	50
1.4	Spojitosť súčtu, súčinu a podielu funkcií, spojitost' absolútnej hodnoty funkcie . . . . .	51
1.5	Spojitosť zloženej funkcie . . . . .	55
<b>2</b>	<b>Limita funkcie</b> . . . . .	57
2.1	Definícia limity funkcie . . . . .	57
2.2	Limita zúženia funkcie. Limita ako lokálna vlastnosť funkcie . . . . .	62
2.3	Limita súčtu, súčinu a podielu funkcií, limita absolútnej hodnoty funkcie . . . . .	66
2.4	Niektoré pravidlá pre výpočet nevlastných limit . . . . .	67
2.5	Limita zloženej funkcie a nerovnosti pre limity . . . . .	74
<b>3</b>	<b>Postupnosti</b> . . . . .	79

3.1	Postupnosť a jej limita. Konvergentné a divergentné postupnosti . . . . .	79
3.2	Limita súčtu, súčinu a podielu postupností, limita postupnosti absolútnych hodnôt . . . . .	81
3.3	Ohraničenosť konvergentnej postupnosti. Monotónne postupnosti . . . . .	82
3.4	Vybraná postupnosť z postupnosti a jej konvergencia . . . . .	83
3.5	Bolzanovo—Cauchyho kritérium konvergence postupnosti . . . . .	85
<b>4</b>	<b>Nekonečné číselné rady . . . . .</b>	<b>88</b>
4.1	Pojem nekonečného radu, jeho konvergenzie a divergenzie . . . . .	88
4.2	Násobok nekonečného radu a súčet dvoch nekonečných radov . . . . .	89
4.3	Bolzanovo—Cauchyho kritérium konvergence nekonečného radu . . . . .	91
4.4	Nutná podmienka konvergence radu . . . . .	92
4.5	Absolútna a relatívna konvergencia radu . . . . .	93
4.6	Rady s nezápornými členmi, niektoré kritériá konvergence . . . . .	94
4.7	Definícia funkcie exp, cos a sin . . . . .	99
4.8	Rady so striedavými znamienkami . . . . .	99
4.9	Nekonečné desatinné zlomky . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Derivácia funkcie . . . . .</b>	<b>104</b>
5.1	Pojem derivácie a diferencovateľnosti . . . . .	104
5.2	Derivácia súčtu, súčinu a podielu funkcií . . . . .	107
5.3	Derivácia funkcie exp, sin a cos . . . . .	110
5.4	Derivácia zloženej funkcie . . . . .	113
5.5	Derivácie vyšších rádov . . . . .	114
<b>6</b>	<b>Priebeh funkcie — spojitá funkcia na intervale . . . . .</b>	<b>117</b>
6.1	Vlastnosti spojitej funkcie na intervale . . . . .	117
6.2	Spojité bijekcie na intervale a spojitosť k nej inverznej funkcie . . . . .	122
<b>7</b>	<b>Priebeh funkcie — použitie derivácie prvého a druhého rádu . . . . .</b>	<b>126</b>
7.1	Lokálne extrémny funkcie . . . . .	126
7.2	Vlastnosti diferencovateľných funkcií na intervale . . . . .	128
7.3	Zisťovanie monotónnosti funkcie pomocou derivácie . . . . .	129
7.4	L'Hospitalovo pravidlo . . . . .	132
7.5	Konvexnosť a konkávnosť funkcie. Inflexný bod . . . . .	135
<b>8</b>	<b>Priebeh funkcie — použitie derivácií vyšších rádov . . . . .</b>	<b>144</b>
8.1	Taylorova veta . . . . .	144
8.2	Použitie derivácií vyšších rádov na zisťovanie priebehu funkcie . . . . .	146
8.3	Taylorov rad funkcie . . . . .	148
<b>9</b>	<b>Inverzná funkcia a elementárne funkcie . . . . .</b>	<b>151</b>
9.1	Derivácia inverznej funkcie . . . . .	151
9.2	Exponenciálna funkcia (exp) . . . . .	152

9.3	Logaritmická funkcia (log)	154
9.4	Funkcia $\exp_a$	155
9.5	Funkcia $\log_a$	157
9.6	Funkcia všeobecná mocnina	159
9.7	Goniometrické funkcie	161
9.8	Cyklometrické funkcie	172
<b>10</b>	<b>Priebeh funkcie — asymptoty. Príklady</b>	<b>178</b>
10.1	Asymptoty funkcie	178
10.2	Príklady na zisťovanie priebehu funkcie	184
	<b>Integrálny počet reálnej funkcie jednej reálnej premennej</b>	
<b>1</b>	<b>Určitý integrál</b>	<b>191</b>
1.1	Úvod	191
1.2	Integrál z finitnej funkcie	192
1.3	Rovnomerná spojitosť funkcie	197
1.4	Postačujúca podmienka integrovateľnosti finitnej funkcie	199
1.5	Integrál na konečnom intervale — určitý integrál	206
1.6	Stredná hodnota funkcie na intervale	209
1.7	Integrál ako funkcia hornej hranice, primitívna funkcia	210
1.8	Newtonov-Leibnitzov vzorec	214
<b>2</b>	<b>Výpočet určitého integrálu. Neurčitý integrál</b>	<b>218</b>
2.1	Definícia neurčitého integrálu a jeho základné vlastnosti	218
2.2	Metóda per partes pre určitý a neurčitý integrál	220
2.3	Substitučná metóda pre určité a neurčité integrály	223
2.4	Rozklad racionálnej funkcie na elementárne zlomky	228
2.5	Integrovanie racionálnych funkcií	239
2.6	Niektoré význačné integrály	245
<b>3</b>	<b>Aplikácie integrálu na intervale</b>	<b>259</b>
3.1	Integrálne súčty funkcie $f: \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$	259
3.2	Plošný obsah rovinných útvarov	260
3.3	Objemy rotačných telies	264
3.4	Všeobecné integrálne súčty funkcie $(fg): A \rightarrow \mathbb{R}$	268
3.5	Statické momenty a ťažisko hmotnej rovinatej oblasti	271
3.6	Riemannove integrálne súčty	276
3.7	Práca	278
<b>4</b>	<b>Numerický výpočet určitých integrálov</b>	<b>281</b>
4.1	Úvod	281
4.2	Obdĺžniková metóda	281
4.3	Lichobežníkové pravidlo	283
4.4	Simpsonovo pravidlo	287

<b>5</b>	<b>Nevlastný integrál . . . . .</b>	<b>292</b>
5.1	Definícia nevlastného integrálu . . . . .	292
5.2	Kritériá existencie nevlastných integrálov . . . . .	296
5.3	Nevlastné integrály a nekonečné rady . . . . .	304
	<b>Diferenciálne rovnice</b>	
<b>1</b>	<b>Elementárne metódy riešenia obyčajných diferenciálnych rovníc . . . . .</b>	<b>311</b>
1.1	Diferenciálna rovnica a jej riešenie . . . . .	311
1.2	Smerové pole diferenciálnej rovnice $y' = f(x, y)$ a jeho význam . . . . .	316
1.3	Diferenciálna rovnica $y' = f(x)$ . . . . .	316
1.4	Diferenciálna rovnica $y' = \frac{f(x)}{g(y)}$ . . . . .	318
1.5	Diferenciálna rovnica $y' = f(\lambda x + y)$ , $\lambda \in \mathbb{R}$ . . . . .	321
1.6	Diferenciálna rovnica $y' = f\left(\frac{y - q_0}{x - p_0}\right)$ , $p_0, q_0 \in \mathbb{R}$ . . . . .	325
1.7	Lineárna diferenciálna rovnica prvého rádu $y' = a(x)y + b(x)$ . . . . .	331
1.8	Bernoulliho diferenciálna rovnica $y' = a(x)y + b(x)y^\alpha$ . . . . .	335
	<b>Rady funkcií</b>	
<b>1</b>	<b>Postupnosti a rady funkcií . . . . .</b>	<b>343</b>
1.1	Pojem bodovej a rovnomernej konvergencie . . . . .	343
1.2	Spojitosť, integrovanie a derivovanie postupností a radov funkcií . . . . .	349
<b>2</b>	<b>Mocninové rady . . . . .</b>	<b>354</b>
2.1	Pojem mocninového radu. Limes superior postupnosti . . . . .	354
2.2	Polomer konvergencie mocninového radu . . . . .	357
2.3	Spojitosť, derivácia a integrál súčtu mocninového radu . . . . .	362
	<b>Riešenia cvičení . . . . .</b>	<b>370</b>
	<b>Register . . . . .</b>	<b>387</b>