

Obsah

Předmluva

3

I. Aproximace funkcí

9

1.	Numerické úlohy v analýze a aproximace funkcí	9
1.1.	Modelování úloh matematické analýzy na počítači	9
1.2.	Příklad	10
1.3.	Třídy aproximujících funkcí	11
1.4.	Výběr aproximující funkce	12
1.5.	Měření chyby aproximace: spojitý případ	13
1.6.	Příklad	14
1.7.	Měření chyby aproximace: diskrétní případ	14
1.8.	Příklad	15
1.9.	Polynomy jako aproximující funkce	15
1.10.	Věta	16
1.11.	Poznámka	16
2.	Aproximace Taylorovým polynomem	16
2.1.	Taylorův polynom	16
2.2.	Příklad	16
2.3.	Chyba aproximace	17
2.4.	Věta	17
2.5.	Odhad chyby aproximace	17
2.6.	Příklad	17
2.7.	Řád chyby aproximace	18
2.8.	Chyba aproximace a celková chyba	18
2.9.	Úlohy	19
3.	Aproximace interpolačním polynomem	20
3.1.	Obecně o interpolační aproximaci	20
3.2.	Poznámky	21
3.3.	Lagrangeův interpolační polynom	21
3.4.	Příklad	22
3.5.	Lineární a kvadratická interpolace	22
3.6.	Příklad	23
3.7.	Vliv nepřesností ve vstupních datech	23
3.8.	Příklad	24
3.9.	Chyba aproximace interpolačním polynomem	24
3.10.	Věta	24
3.11.	Příklad	25
3.12.	Odhad chyby aproximace	25
3.13.	Příklad	25
3.14.	Extrapolace	26
3.15.	Příklad. Lineární extrapolace	26
3.16.	Nevillův algoritmus	26
3.17.	Příklad	27
3.18.	Použití Nevillova algoritmu	27
3.19.	Příklady	28
3.20.	Newtonův interpolační polynom	28
3.21.	Poměrné difference	29
3.22.	Příklad	30

3.23.	Koeficienty Newtonova interpolačního polynomu	32
3.24.	Příklad	33
3.25.	Algoritmy	33
3.26.	Příklad	34
3.27.	Ekvidistantní uzly interpolace	34
3.28.	Příklad	35
3.29.	Interpolační polynom s dopřednými diferencemi	36
3.30.	Příklad	36
3.31.	Interpolační polynom se zpětnými diferencemi	37
3.32.	Konvergence interpolačního procesu	38
3.33.	Úlohy	39
4.	Interpolace racionální funkcí a spline-funkcí	41
4.1.	Interpolace racionální funkcí	41
4.2.	Příklad	42
4.3.	Aproximace funkcemi, které jsou po částech polynomy	43
4.4.	Příklad: po částech lineární interpolace	43
4.5.	Interpolace kubickými spline-funkcemi	44
4.6.	Konstrukce interpolační spline-funkce	45
4.7.	Příklad	49
4.8.	Vlastnosti kubických spline-funkcí	50
4.9.	Úlohy	51
5.	Ortogonální systémy funkcí	53
5.1.	Lineárně nezávislé systémy funkcí	53
5.2.	Příklady	54
5.3.	Ortogonální systémy funkcí	54
5.4.	Příklady	56
5.5.	Ortogonální polynomy	58
5.6.	Příklady	59
5.7.	Úlohy	61
6.	Metoda nejmenších čtverců	61
6.1.	Nejlepší L_2 -aproximace	61
6.2.	Normální rovnice	62
6.3.	Příklady	63
6.4.	Existence nejlepší L_2 -aproximace	64
6.5.	Věta	64
6.6.	Příklady	65
6.7.	Řešení normálních rovnic a volba základních funkcí	66
6.8.	Příklad	68
6.9.	Algoritmus metody nejmenších čtverců	69
6.10.	Úlohy	70
7.	Aproximace trigonometrickými polynomy	71
7.1.	Fourierovy řady	71
7.2.	Věta. Fourierova analýza – spojitý případ	72
7.3.	Přibližný výpočet Fourierových koeficientů	73
7.4.	Věta. Fourierova analýza – diskrétní případ	74
7.5.	Praktické důsledky věty 7.4.	75
7.6.	Příklad	76
7.7.	Rychlá Fourierova analýza	77
7.8.	Algoritmus rychlé Fourierovy analýzy	78

7.9.	Fourierova syntéza	79
7.10.	Úlohy	80
8.	Čebyševova aproximace	81
8.1.	Nejllepší stejnoměrná aproximace	81
8.2.	Věta	81
8.3.	Příklad	82
8.4.	Algoritmus metody minimalizace maximální chyby	82
8.5.	Příklad	83
8.6.	Úlohy	83
9.	Zvyšování přesnosti výpočtů extrapolací	84
9.1.	Zvyšování přesnosti přibližných výpočtů	84
9.2.	Příklad	85
9.3.	Richardsonova extrapolace	85
9.4.	Algoritmus opakované Richardsonovy extrapolace	86
9.5.	Příklad	87
9.6.	Varianty extrapolačního algoritmu	87
9.7.	Úlohy	88
II. Numerický výpočet integrálu a derivace		89
10.	Obecně o metodách pro výpočet integrálu a derivace	89
10.1.	Úvod	89
10.2.	Princip metod pro přibližný výpočet integrálu a derivace	89
10.3.	Příklad	90
10.4.	Kvadrurní vzorce	90
10.5.	Příklad	90
10.6.	Interpolační kvadrurní vzorce	92
10.7.	Složené kvadrurní vzorce	93
10.8.	Úloha	94
11.	Newtonovy–Cotesovy kvadrurní vzorce	94
11.1.	Odvození Newtonových–Cotesových vzorců	94
11.2.	Příklad	96
11.3.	Algoritmus složeného Simpsonova pravidla	96
11.4.	Příklad	97
11.5.	Chyba obdélníkového, lichoběžníkového a Simpsonova pravidla	98
11.6.	Příklad	99
11.7.	Obecné Newtonovy–Cotesovy vzorce	100
11.8.	Jak dosáhnout požadované přesnosti	101
11.9.	Příklad	102
11.10.	Úlohy	102
12.	Eulerův–Maclaurinův vzorec. Rombergova metoda	103
12.1.	Eulerův–Maclaurinův vzorec	103
12.2.	Kvadrurní vzorce s hodnotami derivací	104
12.3.	Výpočet integrálu z periodické funkce přes periodu	104
12.4.	Příklad	105
12.5.	Nekonečný interval integrace	105
12.6.	Příklad	106
12.7.	Rombergova integrační metoda	106
12.8.	Příklad	107
12.9.	Vlastnosti Rombergovy metody	107

12.10.	Příklad	108
12.11.	Úlohy	108
13.	Gaussovy kvadraturní vzorce	109
13.1.	Vzorce s neekvidistantními uzly	109
13.2.	Věta	110
13.3.	Vlastnosti Gaussových kvadraturních vzorců	110
13.4.	Gaussovy kvadraturní vzorce pro interval $\langle -1, 1 \rangle$. Chyba aproximace	111
13.5.	Příklady	112
13.6.	Použití Gaussových vzorců	113
13.7.	Příklady	114
13.8.	Přibližný výpočet integrálů s váhovou funkcí	115
13.9.	Úlohy	116
14.	Několik poznámek k numerické kvadratuře	117
14.1.	Adaptivní programy pro výpočet integrálů	117
14.2.	Použití adaptivních programů	117
14.3.	Stabilita kvadraturních algoritmů	118
15.	Numerické derivování	119
15.1.	Derivování interpolačního polynomu	119
15.2.	Příklad	120
15.3.	Chyba aproximace	120
15.4.	Některé často užívané vzorce	121
15.5.	Příklad	122
15.6.	Podmíněnost numerického výpočtu derivace	122
15.7.	Příklad	123
15.8.	Aproximace derivací diferencemi	124
15.9.	Úlohy	124
III.	Řešení počátečních úloh pro obyčejné diferenciální rovnice	126
16.	Počáteční úlohy pro obyčejné diferenciální rovnice	126
16.1.	Soustavy rovnic prvního řádu	126
16.2.	Počáteční úloha	127
16.3.	Příklady	128
16.4.	Rovnice vyšších řádů	128
16.5.	Podmíněnost počátečních úloh	129
16.6.	Příklad	130
16.7.	Úlohy	130
17.	Numerické metody pro řešení počátečních úloh	131
17.1.	Úvod	131
17.2.	Princip metod pro řešení počátečních úloh	131
17.3.	Eulerova metoda	132
17.4.	Algoritmus Eulerovy metody	133
17.5.	Příklad	134
17.6.	Chyby aproximace	134
17.7.	Příklad	134
17.8.	Konvergence metody	135
17.9.	Řád metody	136
17.10.	Příklady	137
17.11.	Vliv zaokrouhlovacích chyb	138
17.12.	Odhad chyby metodou polovičního kroku	139

17.13.	Příklad	140
17.14.	Použití Richardsonovy extrapolace	140
17.15.	Příklad	141
17.16.	Aktivní a pasivní extrapolace	141
17.17.	Úlohy	142
18.	Jednokrokové metody	143
18.1.	Obecná jednokroková metoda	143
18.2.	Metody Taylorova typu	144
18.3.	Příklad	145
18.4.	Metody Rungova-Kuttova typu	146
18.5.	Příklady	148
18.6.	Odhad chyby aproximace	149
18.7.	Úlohy	149
19.	Víceprokové metody	151
19.1.	Obecná lineární k -proková metoda	151
19.2.	Příklad	153
19.3.	Diskretizační chyby lineární k -prokové metody	154
19.4.	Příklad	155
19.5.	Metody založené na numerické kvadratuře. Adamsovy-Bashforthovy metody	156
19.6.	Příklad	159
19.7.	Adamsovy-Moultonovy metody	159
19.8.	Příklad	161
19.9.	Algoritmus prediktor-korektor	162
19.10.	Příklad algoritmu prediktor-korektor	164
19.11.	Příklad	164
19.12.	Odhad chyby aproximace	165
19.13.	Obdélníkové pravidlo	166
19.14.	Příklad	166
19.15.	Modifikované obdélníkové pravidlo. Metoda GBS	167
19.16.	Příklad	168
19.17.	Úlohy	169
20.	Stabilita a výběr metody pro řešení počátečních úloh	170
20.1.	Příčiny nestability při numerickém řešení počátečních úloh	170
20.2.	Oblast absolutní stability	171
20.3.	Úlohy s velkým tlumením	172
20.4.	Výběr metody	174
IV. Přehled algoritmů		177
Literatura		183
Rejstřík		185

12.10.	Příklad	108
12.11.	Úlohy	108
13.	Gaussovy kvadraturní vzorce	109
13.1.	Vzorce s neekvidistantními uzly	109
13.2.	Věta	110
13.3.	Vlastnosti Gaussových kvadraturních vzorců	110
13.4.	Gaussovy kvadraturní vzorce pro interval $(-1, 1)$. Chyba aproximace	111
13.5.	Příklady	112
13.6.	Použití Gaussových vzorců	113
13.7.	Příklady	114
13.8.	Přibližný výpočet integrálů s váhovou funkcí	115
13.9.	Úlohy	116
14.	Několik poznámek k numerické kvadratuře	117
14.1.	Adaptivní programy pro výpočet integrálů	117
14.2.	Použití adaptivních programů	117
14.3.	Stabilita kvadraturních algoritmů	118
15.	Numerické derivování	119
15.1.	Derivování interpolačního polynomu	119
15.2.	Příklad	120
15.3.	Chyba aproximace	120
15.4.	Některé často užívané vzorce	121
15.5.	Příklad	122
15.6.	Podmíněnost numerického výpočtu derivace	122
15.7.	Příklad	123
15.8.	Aproximace derivací diferencemi	124
15.9.	Úlohy	124
III.	Řešení počátečních úloh pro obyčejné diferenciální rovnice	126
16.	Počáteční úlohy pro obyčejné diferenciální rovnice	126
16.1.	Soustavy rovnic prvního řádu	126
16.2.	Počáteční úloha	127
16.3.	Příklady	128
16.4.	Rovnice vyšších řádů	128
16.5.	Podmíněnost počátečních úloh	129
16.6.	Příklad	130
16.7.	Úlohy	130
17.	Numerické metody pro řešení počátečních úloh	131
17.1.	Úvod	131
17.2.	Princip metod pro řešení počátečních úloh	131
17.3.	Eulerova metoda	132
17.4.	Algoritmus Eulerovy metody	133
17.5.	Příklad	134
17.6.	Chyby aproximace	134
17.7.	Příklad	134
17.8.	Konvergence metody	135
17.9.	Řád metody	136
17.10.	Příklady	137
17.11.	Vliv zaokrouhlovacích chyb	138
17.12.	Odhad chyby metodou polovičního kroku	139

17.13.	Příklad	140
17.14.	Použití Richardsonovy extrapolace	140
17.15.	Příklad	141
17.16.	Aktivní a pasivní extrapolace	141
17.17.	Úlohy	142
18.	Jednokrokové metody	143
18.1.	Obecná jednokroková metoda	143
18.2.	Metody Taylorova typu	144
18.3.	Příklad	145
18.4.	Metody Rungova-Kuttova typu	146
18.5.	Příklady	148
18.6.	Odhad chyby aproximace	149
18.7.	Úlohy	149
19.	Vícekrokové metody	151
19.1.	Obecná lineární k -kroková metoda	151
19.2.	Příklad	153
19.3.	Diskretizační chyby lineární k -krokové metody	154
19.4.	Příklad	155
19.5.	Metody založené na numerické kvadratuře. Adamsovy-Bashforthovy metody	156
19.6.	Příklad	159
19.7.	Adamsovy-Moultonovy metody	159
19.8.	Příklad	161
19.9.	Algoritmus prediktor-korektor	162
19.10.	Příklad algoritmu prediktor-korektor	164
19.11.	Příklad	164
19.12.	Odhad chyby aproximace	165
19.13.	Obdélníkové pravidlo	166
19.14.	Příklad	166
19.15.	Modifikované obdélníkové pravidlo. Metoda GBS	167
19.16.	Příklad	168
19.17.	Úlohy	169
20.	Stabilita a výběr metody pro řešení počátečních úloh	170
20.1.	Příčiny nestability při numerickém řešení počátečních úloh	170
20.2.	Oblast absolutní stability	171
20.3.	Úlohy s velkým tlumením	172
20.4.	Výběr metody	174
IV.	Přehled algoritmů	177
	Literatura	183
	Rejstřík	185