

Obsah

Předmluva	3
Seznam označení	9
1 Motivace, odvození základních matematických modelů	11
1.1 Zákony zachování	11
1.2 Proudění a transportní rovnice	13
1.3 Difuze a vedení tepla	15
1.4 Vedení tepla ve třech dimenzích	16
1.5 Kmitání struny a vlnová rovnice	19
1.6 Vlnová rovnice ve dvou dimenzích – kmitající membrána	22
1.7 Laplaceova rovnice – stacionární případ	23
1.8 Cvičení	24
2 Klasifikace, typy rovnic, okrajových a počátečních podmínek	27
2.1 Základní typy rovnic, okrajových a počátečních podmínek	28
2.2 Klasifikace lineárních rovnic druhého řádu	33
2.3 Cvičení	36
3 Lineární parciální diferenciální rovnice prvního řádu	39
3.1 Rovnice s konstantními koeficienty	39
3.2 Rovnice s nekonstantními koeficienty	46
3.3 Cvičení	49
4 Vlnová rovnice v jedné prostorové proměnné – počáteční úloha v $\mathbb{R}$	51
4.1 Počáteční úloha na přímce	51
4.2 Vlnová rovnice se zdrojem	60
4.3 Cvičení	63

5	Difuzní rovnice v jedné prostorové proměnné – počáteční úloha v $\mathbb{R}$	67
5.1	Počáteční úloha na přímce	67
5.2	Difuzní rovnice se zdrojem	74
5.3	Cvičení	76
6	Obecné principy pro evoluční rovnice	79
6.1	Princip kauzality (vlnová rovnice)	79
6.2	Zákon zachování energie (vlnová rovnice)	79
6.3	Princip maxima (difuzní rovnice)	82
6.4	Energetická metoda (difuzní rovnice)	85
6.5	Nekorektnost úlohy (difuzní rovnice pro $t < 0$)	86
6.6	Srovnání vlnové a difuzní rovnice	86
6.7	Cvičení	87
7	Řešení počátečně-okrajových úloh pro evoluční rovnice	89
7.1	Počátečně-okrajové úlohy na polopřímce	89
7.2	Počátečně-okrajová úloha na konečném intervalu – Fourierova metoda	95
7.3	Fourierova metoda pro nehomogenní úlohy	109
7.4	Přechod k jednodušším úlohám	113
7.5	Cvičení	115
8	Další metody řešení evolučních rovnic	119
8.1	Laplaceova transformace	119
8.2	Fourierova transformace	124
8.3	Cvičení	129
9	Laplaceova a Poissonova rovnice ve dvou dimenzích	133
9.1	Laplaceova rovnice	133
9.2	Princip maxima a jeho důsledky	134
9.3	Invariantnost Laplaceova operátoru a jeho transformace do polárních souřadnic	135
9.4	Fourierova metoda na speciálních oblastech, Poissonova formule	137
9.5	Důsledky Poissonovy formule	142
9.6	Cvičení	145
10	Laplaceova a Poissonova rovnice ve třech dimenzích	149
10.1	Transformace Laplaceova operátoru do sférických souřadnic	150
10.2	První Greenova identita a její důsledky	151
10.3	Druhá Greenova identita a věta o reprezentaci	157

10.4	Greenova funkce okrajové úlohy	159
10.5	Dirichletova úloha na poloprostoru a na kouli	160
10.6	Cvičení	166
A	Programové balíky a jejich využití	169
A.1	Parciální diferenciální rovnice prvního řádu	169
A.2	Okrajové a počátečně-okrajové úlohy pro parciální diferenciální rovnice vyšších řádů	171
A.3	Počáteční úlohy pro parciální diferenciální rovnice vyšších řádů na neomezených oblastech	175
A.4	Fourierova metoda	175
A.5	Integrální transformace	175
	Slovo závěrem	176
	Literatura	177