

OBSAH

1	ÚVOD	9
1.1	VÝBĚR KRITICKÝCH MÍST	9
1.2	TEORETICKÝ ZÁKLAD	10
1.3	POJETÍ KAPITOL TÝKAJÍCÍCH SE KRITICKÝCH MÍST	11
1.4	UPOZORNĚNÍ KE ČTENÍ KNIHY	11
1.5	PRO KOHO JE TATO KNIHA	12
2	TEORETICKÝ RÁMEC	15
2.1	POJETÍ KVALITY VÝUKY Z HLEDISKA OBECNÉ DIDAKTIKY	15
2.2	POROZUMĚNÍ V MATEMATICE	19
2.3	CÍLE VÝUKY MATEMATIKY	23
2.4	POJMOTVORNÝ PROCES V MATEMATICE	24
2.5	JAK DOSÁHNOUT POROZUMĚNÍ V MATEMATICE	29
2.5.1	ÚLOHY A JEJICH IMPLEMENTACE	30
2.5.2	POJMY A VZTAHY JSOU VEŘEJNÉ (‘TEACHERS AND STUDENTS ATTEND EXPLICITLY TO CONCEPTS’)	31
A)	PREZENTACE A POROVNÁVÁNÍ RŮZNÝCH STRATEGIÍ	31
B)	POROVNÁVÁNÍ PŘÍKLADŮ A PROTIPŘÍKLADŮ	34
2.5.3	ŽÁCI VYNAKLÁDAJÍ ÚSILÍ PŘI ŘEŠENÍ MATEMATICKÝCH ÚLOH (‘STUDENTS STRUGGLE WITH IMPORTANT MATHEMATICS’)	36
A)	POSKYTNUTÍ VZORU	36
B)	PRODUKTIVNÍ SELHÁNÍ A ODDALOVÁNÍ UČITELOVY POMOCI (‘PRODUCTIVE FAILURE’)	37
C)	OBJEVOVÁNÍ JAKO PŘÍPRAVA NA UČENÍ (‘INVENTING TO PREPARE FOR LEARNING’)	41
2.5.4	PROCVIČOVÁNÍ	43
2.5.5	KOMUNIKACE V MATEMATICE	46
2.5.6	NASTAVENÍ MYSLI A MATEMATICKÉ SEBEHODNOCENÍ	48
A)	NASTAVENÍ MYSLI	48
B)	MATEMATICKÉ SEBEHODNOCENÍ	50
2.6	O CHYBÁCH PŘI UČENÍ SE MATEMATICE	52
2.6.1	OBECNÁ KATEGORIZACE CHYB V MATEMATICE	53
2.6.2	TEORIE INTUITIVNÍCH PRAVIDEL	54
2.6.3	UČENÍ SE Z CHYB	57
2.7	ZÁVĚR KAPITOLY	59

3	SLOVNÍ ÚLOHY	61
3.1	TEORETICKÝ ÚVOD	61
3.2	ŽÁKOVSKÉ POROZUMĚNÍ SLOVNÍM ÚLOHÁM	65
3.2.1	ILUSTRAČNÍ UKÁZKY	65
A)	NĚKOLIK ŽÁKOVSKÝCH ŘEŠENÍ	66
B)	PARAMETRY ZADÁNÍ SLOVNÍ ÚLOHY	70
C)	PŘÍKLAD TYPOVÝCH ÚLOH – ÚMĚRNOSTI	74
3.2.2	VÝZKUM PARAMETRŮ OBTÍŽNOSTI SLOVNÍCH ÚLOH	79
A)	PŘÍTOMNOST NADBYTEČNÝCH INFORMACÍ (DÉLKA TEXTU)	80
B)	VERBÁLNÍ A NEVERBÁLNÍ SLOŽKA ZADÁNÍ SLOVNÍ ÚLOHY	81
C)	POŘADÍ INFORMACÍ V ZADÁNÍ SLOVNÍ ÚLOHY	81
D)	ZKUŠENOSTNÍ KONTEXT	81
E)	NÁVODNOSTI	82
F)	OPERÁTOR A PŘÍTOMNOST STAVU	83
G)	ANTISIGNÁL	83
H)	PROPORČNÍ A ADITIVNÍ UVAŽOVÁNÍ A TYP POMĚRU	83
I)	JAZYKOVÁ EXPLICITNOST ZADÁNÍ SLOVNÍ ÚLOHY	84
3.2.3	POVRCHOVÉ STRATEGIE ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH A JEJICH MOŽNÉ PŘÍČINY	85
3.3	VÝUKA SLOVNÍCH ÚLOH	88
3.3.1	PŘÍBĚHY Z PRAXE	88
3.3.2	VÝZKUMNĚ OVĚŘENÉ PŘÍSTUPY K VÝUCE SLOVNÍCH ÚLOH	102
A)	ROZVOJ DOVEDNOSTÍ ŘEŠIT SLOVNÍ ÚLOHY URČITÉHO TYPU	103
B)	POUŽITÍ REÁLNÝCH ÚLOH	104
C)	ROZVOJ METAKOGNITIVNÍCH STRATEGIÍ A HEURISTIK	105
D)	GRAFICKÁ ZNÁZORNĚNÍ	107
3.4	ZÁVĚR	114
4	ÚVOD DO ALGEBRY	117
4.1	TEORETICKÝ ÚVOD	117
4.1.1	JAZYK PÍSMEN	117
4.1.2	ALGEBRAICKÉ UVAŽOVÁNÍ (‘ALGEBRAIC THINKING’)	120
4.1.3	ALGEBRAICKÉ VÝRAZY A JEJICH ÚPRAVY	121
4.2	ŽÁKOVSKÉ POROZUMĚNÍ PROMĚNNÉ A ALGEBRAICKÝM VÝRAZŮM	122
4.2.1	ILUSTRAČNÍ UKÁZKY	122
A)	ALGEBRAIZACE SLOVNĚ POPSANÉ NEBO GEOMETRICKÉ SITUACE	123
B)	ZOBECŇOVÁNÍ – HLEDÁNÍ PRAVIDELNOSTÍ A FUNKČNÍHO VZTAHU	129
C)	POROZUMĚNÍ KOEFICIENTŮM U PROMĚNNÉ A PARAMETRŮM	134
D)	ZÁVORKY	136
E)	MANIPULACE S ALGEBRAICKÝMI VÝRAZY	138
4.2.2	VÝZKUMY	142
A)	VÝZKUM TIMSS 2007	142

B)	POROZUMĚNÍ PROMĚNNÉ	146
C)	ALGEBRAIZACE	146
D)	CHYBY PLYNOUCÍ Z ARITMETIKY	151
E)	VLIV POUŽITÉHO SYMBOLICKÉHO JAZYKA	153
F)	ZNAK PRO ROVNÁ SE („ROVNÍTKO“)	154
G)	ZÁVORKY	155
4.3	VÝUKA	155
4.3.1	PŘÍBĚHY Z PRAXE	156
4.3.2	VÝZKUMNĚ OVĚŘENÉ PŘÍSTUPY	170
A)	DŮLEŽITOST ZNALOSTI ZLOMKŮ	171
B)	ZAVEDENÍ JAZYKA ALGEBRY	172
C)	PROPEDEUTIKA ALGEBRY („EARLY ALGEBRA“)	179
D)	ZNAMÉNKO ROVNÁ SE JAKO EKVIVALENCE	181
E)	ÚPRAVY ALGEBRAICKÝCH VÝRAZŮ PROSTŘEDNICTVÍM ALGEBRAICKÝCH DLAŽDIC	182
4.4	ZÁVĚR KAPITOLY	183
5	KOMBINATORIKA	187
5.1	TEORETICKÝ ÚVOD	187
5.2	ŽÁKOVSKÉ POROZUMĚNÍ KOMBINATORICKÝM ÚLOHÁM	189
5.2.1	ILUSTRAČNÍ UKÁZKY	189
5.2.2	VÝZKUMY	194
A)	OBTÍŽNOST TYPŮ KOMBINATORICKÝCH ÚLOH A ŽÁKOVSKÉ CHYBY	194
B)	STRATEGIE SYSTEMATICKÉHO VÝČTU	195
C)	KONTROLA SPRÁVNOSTI U KOMBINATORICKÝCH ÚLOH	197
D)	KOMBINATORICKÉ MYŠLENÍ U MLADŠÍCH ŽÁKŮ	198
E)	OBTÍŽNOST KOMBINATORICKÝCH ÚLOH PRO ČESKÉ MATURANTY	200
5.3	VÝUKA	201
5.3.1	PŘÍBĚHY Z PRAXE	201
A)	NÁSLECHY NA HODINÁCH NA STŘEDNÍ ŠKOLE	202
B)	ŽÁCI 2. STUPNĚ OBJEVUJÍ VZOREC PRO KOMBINACE 2. TŘÍDY Z n PRVKŮ BEZ OPAKOVÁNÍ	208
C)	ODHALOVÁNÍ VZORCŮ POMOCÍ IZOMORFNÍCH ÚLOH NA STŘEDNÍ ŠKOLE	212
5.3.2	VÝZKUMY VÝUKY	214
5.4	ZÁVĚR KAPITOLY	216
6	STRUČNÝ ZÁVĚR	219
	LITERATURA	221
	SUMMARY	235
	JMENNÝ REJSTŘÍK	237
	VĚCNÝ REJSTŘÍK	241

PŘÍLOHY	247
P1 ZNAKY KVALITNÍ VÝUKY MATEMATIKY PODLE SCHLESINGER(OVÉ) ET AL. (2018: s. 478)	247
P2 PŘÍKLADY ÚKOLŮ ZE STUDIE (RITTLE-JOHNSON, STAR, 2009) A (DURKIN, STAR, RITTLE-JOHNSON, 2017)	248
P3 ILUSTRACE PŘÍKLADŮ A PROTIPŘÍKLADŮ ZE STUDIE (GUO, PANG, 2011) . .	250
P4 PROBLÉM POUŽITÝ VE STUDII (KAPUR, 2012)	252
P5 PROBLÉM POUŽITÝ VE STUDII (SCHWARTZ, MARTIN, 2004)	253
P6 ÚLOHY Z VÝZKUMU (LOIBL, LEUDERS, 2019)	254
P7 POPIS VÝUKY VE 3. ROČNÍKU PODLE BLANTON(OVÉ) ET AL. (2019)	255