

OBSAH

Predhovor	9
1 Pojem a základné vlastnosti metrického priestoru	11
1.1 Definícia metrického priestoru a príklady metrických priestorov	11
1.2 Diameter (priemer) množiny	21
1.3 Konvergencia postupnosti prvkov (bodov) metrického priestoru. Ekvivalentné metriky	24
1.4 Karteziánsky súčin konečného počtu metrických priestorov	29
2 Typy bodov a podmnožín metrického priestoru	32
2.1 Uzavreté a otvorené množiny	32
2.2 Vnútný bod a vnútro množiny	38
2.3 Topologický priestor	42
2.4 Hromadné, kondenzačné a izolované body	44
2.5 Husté, brehové, riedke a husto rozložené množiny v metrickom priestore. Množiny prvej a druhej Baireovej kategórie	48
2.6 Cantorova množina	54
2.7 Borelovské množiny v metrickom (topologickom) priestore	58
2.8 Podpriestory metrického (topologického) priestoru	63
3 Priestory so spočítateľnou bázou a separabilné priestory	67
3.1 Základné vlastnosti priestorov so spočítateľnou bázou	67
3.2 Vety o kardinálnych číslach podmnožín a systémov podmnožín priestorov so spočítateľnou bázou, resp. separabilných priestorov	74
4 Úplné metrické priestory	78
4.1 Základné vlastnosti a príklady úplných metrických priestorov	78
4.2 Cantorova veta, Baireova veta a ich aplikácie	82
4.3 Úplnosť priestoru $(\mathbb{R}, d_0)$	86

5 Kompaktné metrické priestory	89
5.1 Základné vlastnosti kompaktných metrických priestorov	89
5.2 Cantorova veta a Borelova veta	95
6 Súvislé priestory	98
6.1 Základné vlastnosti súvislých priestorov. Súvislé množiny v $\mathbb{R}$	98
7 Zobrazenia metrických (topologických) priestorov	102
7.1 Spojité, homeomorfné a izometrické zobrazenia	102
7.2 Spojité zobrazenia separabilných, úplných, kompaktných a súvislých priestorov	115
7.3 Spojitosť funkcií d a $\text{dist}(p, A)$	120
7.4 Zúplnenie metrického priestoru	124
8 Body spojitosti a body nespojitosti funkcií	131
8.1 Oscilácia funkcie	131
8.2 Štruktúra množiny bodov spojitosti a množiny bodov nespojitosti funkcie	135
8.3 Konštrukcia reálnej funkcie s predpísanou množinou bodov nespojitosti	136
9 Kontraktívne zobrazenia	140
9.1 Banachova veta o pevnom bode	140
9.2 Oslabenie podmienky kontraktívnosti v prípade kompaktných metrických priestorov	143
9.3 Aplikácie Banachovej vety o pevnom bode	146
10 Postupnosti zobrazení metrického priestoru	152
10.1 Bodová a rovnomerná konvergencia postupnosti zobrazení metrického priestoru	152
10.2 Bodová a rovnomerná konvergencia funkcionálnych radov	160
10.3 Tietzeho veta o rozšírení oboru spojitej funkcie	165
10.4 Kváziravnomerná a skororavnomerná konvergencia	170
10.5 Metrizačia konvergenzie funkcionálnych postupností	177
11 Aplikácie Baireových kategórií množín v teórii reálnych funkcií	186
11.1 Štruktúra priestoru všetkých postupností reálnych čísel	186
11.2 Spojité funkcie bez derivácie a štruktúra priestoru $C(0, 1)$	190
11.3 Body nespojitosti limitných funkcií postupností spojitých funkcií	195
12 Lineárne normované priestory	199
12.1 Lineárny normovaný priestor ako špeciálny prípad metrického priestoru	199

12.2 Veta o riedkosti uzavretého lineárneho podpriestoru a jej aplikácie	204
12.3 Súvislosť a iné vlastnosti lineárneho normovaného priestoru	208
Výsledky cvičení	211
Najčastejšie používané symboly	213
Literatúra	214
Register	217

Základy teórie metrických priestorov položil už zakladateľ modernej matematiky G. Cantor (1845–1918). O ďalší rozvoj teórie metrických priestorov sa zaslúžili hlavne H. Poincaré, F. Riesz, S. Banach, F. Hausdorff a iní matematici.

Metódy teórie metrických priestorov prenikli takmer do všetkých oblastí modernej matematickej analýzy. V dôsledku toho predstavuje teória metrických priestorov zásadný význam pre rozvoj matematickej analýzy, a tým aj celej matematiky. V tejto súvislosti treba poznamenať, že základy tejto teórie patria do oblasti tzv. vysokoškolskej matematiky, ale dosahujú sa aj do učebníc gymnázií v medzich v rozšírenou výučbu matematiky.

Učebné knihy vyvolávajú potrebu oboznámiť sa so základmi teórie metrických priestorov, jej metódami a aplikáciami. Tému má slúžiť aj táto knižka, v ktorej vysvetlíme základy teórie metrických priestorov, a v oblasti jej aplikácií sa zameriavame hlavne na aktuálne aplikácie v teórii funkcií.

Teória metrických priestorov je časťou topológie, a tak nie je náhodou, a ani ťažké, vykladať základy teórie metrických priestorov bez odkazu na poznatky z oblasti topológie. Preto niektoré časti knihy preberieme z hľadiska teórie topologických priestorov (napríklad súvislé priestory) a na mnohých miestach možno považovať otázku možnosti rozšírenia výsledkov z teórie metrických priestorov na priestory topologické.

Výkladová časť knihy dopĺňajú príklady. Okrem zväčša výberových príkladov v texte sa na konci každého článku