

OBSAH

1 Obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu separovatelné	1
1 Teorie	1
Obyčejné diferenciální rovnice 1. řádu	1
Rovnice se separovanými (separovatelnými) proměnnými	2
2 Příklady	2
Příklad č. 1 – izokliny, směrové pole, obecné řešení a partikulární řešení	2
Příklad č. 2 – obecné řešení a jeho grafické znázornění	3
Příklad č. 3 – obecné řešení a singulární řešení	4
Příklad č. 4 – diferenciální rovnice s počáteční podmínkou	4
Příklad č. 5 – homogenní rovnice (substituce $u = \frac{y}{x}$)	5
Příklad č. 6 – substituce $u = ax + by + c$	5
3 Praktický příklad	6
Příklad č. 1 – stáří kosti	6
4 Příklady z oboru (2.ročník – Fyzikální chemie 2 – Reakční kinetika)	6
Příklad č. 1 – funkce koncentrace při chemické reakci podle Wilhelmyho zákona	6
Příklad č. 2 – rychlost chemické reakce	7
Příklad č. 3 – koncentrace látky při autokatalytické reakci	8
Příklad č. 4 – okamžitá koncentrace při chemické reakci	9
Příklad č. 5 – rozpad radioaktivního materiálu	10
Příklad č. 6 – poločas rozpadu stroncia	11
Příklad č. 7 – stáří horniny	11
Příklad č. 8 – množství rozpuštěné látky v nádobě	12
Příklad č. 9 – množství soli v nádrži 1	13
Příklad č. 10 – množství CO ₂ v místnosti	13
Příklad č. 11 – teplota tělesa	14
Příklad č. 12 – množství soli v nádrži 2	14
5 Historická poznámka	15
Louis Augustin Cauchy (21. 8. 1789 – 23. 5. 1857)	15
Rudolf Otto Sigismund Lipschitz (14. 5. 1832 – 7. 11. 1903)	15
Stefan Banach (30. 3. 1892 – 31. 8. 1945)	15
2 Obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu	16
1 Teorie	16
Obyčejné diferenciální rovnice 1. řádu	16
2 Příklady	17
Příklad č. 1 – obecné řešení	17
Příklad č. 2 – partikulární řešení	17
3 Praktický příklad	18
Příklad č. 1 – stanovení doby úmrtí	18
4 Příklady z oboru (2. ročník – Fyzikální chemie 2 – Reakční kinetika)	19
Příklad č. 1 – koncentrace při chemických reakcích postupných (následných)	19
Příklad č. 2 – určení koncentrace výchozí látky při zpětné reakci	21
Příklad č. 3 – určení koncentrace meziprojektu při následné reakci	22
Příklad č. 4 – smíchávání	23
Příklad č. 5 – množství soli v nádrži	24
Příklad č. 6 – množství alkoholu v druhé nádrži	25
Příklad č. 7 – maximální množství soli v druhé nádrži	27
5 Historická poznámka	30
Joseph Liouville (24. 3. 1809 – 8. 9. 1882)	30
Émile Charles Picard (24. 7. 1856 – 11. 12. 1941)	30
Jacopo Francesco Riccati (28. 5. 1676 – 15. 4. 1754)	30
Jacques Charles Francois Sturm (22. 9. 1803 – 18. 12. 1855)	30
3 Obyčejné lineární diferenciální rovnice vyšších řádů s konstantními koeficienty – homogenní	31
1 Teorie	31
2 Příklady	32
Příklad č. 1 – jednoduché různé reálné kořeny	32
Příklad č. 2 – jednoduché různé reálné kořeny z nichž jeden je nulový	32
Příklad č. 3 – dvojnásobný reálný kořen	32
Příklad č. 4 – jednoduché komplexně sdružené kořeny	33
Příklad č. 5 – různé reálné kořeny + počáteční podmínky	33

Příklad č. 6 – komplexně sdružené kořeny + okrajové podmínky	33
Příklad č. 7 – vícenásobné reálné i komplexně sdružené kořeny	34
Příklad č. 8 – trojnásobný reálný kořen	34
Příklad č. 9 – rovnice čtvrtého řádu	34
3 Praktický příklad	35
Příklad č. 1 – elektrický obvod	35
4 Příklad z oboru	37
Příklad č. 1 – měření viskozity pomocí torzně kmitajícího disku	37
5 Historická poznámka	38
Johann I. Bernoulli (27. 7. 1667 – 1. 1. 1748)	38
Daniel I. Bernoulli (29. 1. 1700 – 17. 3. 1782)	39
Nicolas II. Bernoulli (27. 1. 1695 – 26. 7. 1726)	39
Heinrich Weber (5. 3. 1842 – 17. 5. 1913)	39
Józef Maria Hoëne (Hoehne i Hoene) Wroński (23. 8. 1776 – 8. 8. 1853)	39
4 Obyčejné lineární diferenciální rovnice vyšších řádů s konstantními koeficienty – nehomogenní	40
1 Teorie	40
2 Příklady	41
Příklad č. 1 – variace konstant, neřeší se soustava rovnic	41
Příklad č. 2 – variace konstant, řeší se soustava rovnic	42
Příklad č. 3 – metoda neurčitých koeficientů (MNK), speciální pravá strana je polynom	43
Příklad č. 4 – MNK, speciální pravá strana je exponenciála	44
Příklad č. 5 – MNK, speciální pravá strana je sinus	44
Příklad č. 6 – MNK, speciální pravá strana je součin polynomu, exponenciely a kosinu	45
Příklad č. 7 – MNK, součet dvou speciálních stran, počáteční podmínky	46
Příklad č. 8 – MNK, rovnice pátého řádu	47
3 Praktický příklad	47
Příklad č. 1 – Kirchhoffův zákon v tzv. RLC obvodu	47
4 Příklad z oboru	51
Příklad č. 1 – ohyb stěny plastového barelu na kontaminované kapaliny	51
5 Historická poznámka	55
Otokar Borůvka (10. 5. 1899 – 22. 7. 1995)	55
Arthur Cayley (16. 8. 1821 – 26. 1. 1895)	55
Jean Gaston Darboux (14. 8. 1842 – 23. 2. 1917)	55
Camille Marie Edmond Jordan (8. 5. 1838 – 21. 1. 1922)	55
5 Reálná funkce dvou a více reálných proměnných – definiční obor, graf, vrstevnice	56
1 Teorie	56
2 Příklady	56
Příklad č. 1 – explicitní vyjádření funkce	56
Příklad č. 2 – implicitní vyjádření funkce	57
Příklad č. 3 – graf funkce explicitně zadané	57
Příklad č. 4 – graf funkce implicitně zadané	58
Příklad č. 5 – definiční obor funkce zadané explicitně	58
Příklad č. 6 – definiční obor funkce zadané implicitně	59
Příklad č. 7 – vrstevnice funkce zadané explicitně	60
Příklad č. 8 – vrstevnice funkce zadané implicitně	60
3 Praktické příklady	62
Příklad č. 1 – teplota látky pomocí termistoru	62
Příklad č. 2 – křivky těžce teploty	64
4 Příklady z oboru	64
Příklad č. 1 – stavová rovnice reálného plynu	64
Příklad č. 2 – graf závislosti rychlosti na koncentracích	65
5 Historická poznámka	66
Andrej Nikolajevič Kolmogorov (25. 4. 1903 – 20. 10. 1987)	66
Gottfried Wilhelm von Leibniz (1. 7. 1646 – 14. 11. 1716)	66
Isaac Newton (25. 12. 1642 – 20. 3. 1727)	67
6 Reálná funkce dvou a více reálných proměnných – limita a parciální derivace	68
1 Teorie	68
2 Příklady	69
Příklad č. 1 – metody výpočtu limit	69
Příklad č. 2 – výpočet parciálních derivací u funkce zadané explicitně	71
Příklad č. 3 – výpočet parciálních derivací u funkce zadané implicitně	74
3 Praktické příklady	74
Příklad č. 1 – Ohmův zákon	74

Příklad č. 2 – Úhel tečny ke křivce	75
Příklad č. 3 – Úhly tečen k řežům eliptického paraboloidu	75
Příklad č. 4 – Rovnice tečen	75
4 Příklad z oboru	76
Příklad č. 1 – Vlastnost parciálních derivací stavové rovnice ideálního plynu	76
5 Historická poznámka	76
Bernard Bolzano (5. 10. 1781 – 18. 12. 1848)	76
Gaspard Monge (9. 5. 1746 – 28. 7. 1818)	77
Karl Hermann Amandus Schwarz (25. 1. 1843 – 30. 11. 1921)	77
Guillaume Francois Antoine markýz de l'Hospital (1661 – 2. 2. 1704)	77
7 Implicitní funkce jedné reálné proměnné – tečna a normála křivky	78
1 Teorie	78
2 Příklady	78
Příklad č. 1 – první a druhá derivace, tečna a normála	78
3 Praktický příklad	79
Příklad č. 1 – rychlost a zrychlení elektronu	79
4 Příklady z oboru	81
Příklad č. 1 – rychlost chemické reakce 1	81
Příklad č. 2 – rychlost chemické reakce 2	81
5 Historická poznámka	82
Leonhard Euler (15. 4. 1707 – 18. 9. 1783)	82
Vojtěch Jarník (22. 12. 1897 – 22. 9. 1970)	83
8 Reálná funkce dvou a více reálných proměnných – totální diferenciál	84
1 Teorie	84
2 Příklady	85
Příklad č. 1 – totální diferenciál obecně	85
Příklad č. 2 – hodnota totálního diferenciálu	86
Příklad č. 3 – totální diferenciál v bodě A	86
Příklad č. 4 – totální diferenciál pro známé dx a dy	86
Příklad č. 5 – přibližná hodnota výrazu $V(x, y)$	86
Příklad č. 6 – přibližná hodnota výrazu $V(x, y, z)$	86
Příklad č. 7 – tečná rovina a normála	87
Příklad č. 8 – totální diferenciál prvního, druhého a třetího řádu	87
Příklad č. 9 – totální diferenciál druhého a třetího řádu	88
Příklad č. 10 – totální diferenciál a tečná rovina a normála funkce zadané implicitně	88
3 Praktické příklady	89
Příklad č. 1 – změna úhlopříčky a obsahu obdélníka	89
Příklad č. 2 – změna objemu kužele	90
Příklad č. 3 – změna výšky komolého jehlanu	90
Příklad č. 4 – doba kmitu matematického kyvadla	90
4 Příklady z oboru	91
Příklad č. 1 – totální diferenciál reálného plynu	91
Příklad č. 2 – změna tlaku 1 molu ideálního plynu	92
Příklad č. 3 – změna koeficientu difúze plynu	92
Příklad č. 4 – přibližná změna pH roztoku	93
Příklad č. 5 – změna tlaku 1 molu ideálního plynu za sekundu	93
5 Historická poznámka	94
Matyáš Lerch (20. 2. 1860 – 3. 8. 1922)	94
Blaise Pascal (19. 6. 1623 – 19. 8. 1662)	94
Jean Baptiste Le Rond d'Alembert (16. 11. 1717 – 29. 10. 1783)	94
9 Reálná funkce dvou a více proměnných – Taylorův (Maclaurinův) rozvoj	95
1 Teorie	95
2 Příklady	96
Příklad č. 1 – Maclaurinův rozvoj funkce dvou reálných proměnných zadané explicitně	96
Příklad č. 2 – Taylorův rozvoj funkce dvou reálných proměnných zadané explicitně	96
Příklad č. 3 – Maclaurinův rozvoj funkce dvou reálných proměnných zadané implicitně	97
Příklad č. 4 – Taylorův rozvoj funkce dvou reálných proměnných zadané implicitně	98
3 Praktický příklad	99
Příklad č. 1 – optická aktivita roztoku	99
4 Příklad z oboru	102
Příklad č. 1 – potenciometrické stanovení pH roztoku	102
5 Historická poznámka	103
Brook Taylor (18. 8. 1685 - 29. 12. 1731)	103

	Joseph Louis Lagrange (25. 1. 1736 - 10. 4. 1813).....	103
	Colin Maclaurin (únor 1698 - 14. 1. 1746).....	103
10	Reálná funkce dvou a více reálných proměnných – první parciální derivace složené funkce	104
1	Teorie	104
2	Příklady	104
	Příklad č. 1 – známe vnější funkci i vnitřní složky	104
	Příklad č. 2 – neznáme vnější funkci, ale známe vnitřní složky	105
	Příklad č. 3 – známe vnější funkci, ale neznáme vnitřní složky	105
	Příklad č. 4 – derivace podle vzorců - známe vnější funkci i vnitřní složky.....	106
	Příklad č. 5 – neznáme vnější funkci, ale známe tři vnitřní složky	106
3	Praktický příklad	106
	Příklad č. 1 – namáhání materiálu.....	106
4	Příklady z oboru	107
	Příklad č. 1 – změna teploty reálného plynu	107
	Příklad č. 2 – změna objemu reálného plynu	107
	Příklad č. 3 – derivace entropie.....	108
	Příklad č. 4 – změna objemu složené funkce	108
5	Historická poznámka.....	109
	Sergej Lvovič Sobolev (6. 10. 1908 – 3. 1. 1989)	109
	Karl David Tolmé Runge (30. 8. 1856 – 3. 1. 1927)	109
	Marcel Riesz (16. 11. 1886 – 4. 9. 1969).....	109
11	Reálná funkce dvou a více reálných proměnných – druhé parciální derivace složené funkce	110
1	Teorie	110
2	Příklady	111
	Příklad č. 1 – známe vnější funkci i vnitřní složky	111
	Příklad č. 2 – neznáme vnější funkci, ale známe vnitřní složky	111
	Příklad č. 3 – známe vnější funkci, ale neznáme vnitřní složky	112
3	Praktický příklad	112
	Příklad č. 1 – vlnová rovnice	112
4	Příklady z oboru	113
	Příklad č. 1 – transformace Laplaceovy rovnice do polárních souřadnic.....	113
	Příklad č. 2 – transformace Laplaceovy rovnice do sférických souřadnic	113
5	Historická poznámka.....	118
	Giulio Ascoli (20. 11. 1843 – 12. 7. 1896)	118
	Ivan Georgijevič Petrovskij (18. 1. 1901 – 15. 1. 1973).....	118
	Hermann Klaus Hugo Weyl (9. 11. 1885 – 8. 12. 1955)	118
	Henry William Young (20. 4. 1863 – 7. 7. 1942).....	118
12	Reálná funkce dvou a více reálných proměnných – lokální extrémů	119
1	Teorie	119
2	Příklady	120
	Příklad č. 1 – funkce zadaná explicitně (řešení soustavy jednoduché)	120
	Příklad č. 2 – funkce zadaná explicitně (řešení soustavy dosazením).....	120
	Příklad č. 3 – funkce zadaná implicitně	121
	Příklad č. 4 – explicitně zadaná funkce, Hessián je nulový	122
	Příklad č. 5 – vyhledání čísel požadované vlastnosti	122
3	Praktické příklady	123
	Příklad č. 1 – rozměry nádrže s minimálním povrchem	123
	Příklad č. 2 – hloubka kanálu a sklon boční stěny	124
4	Příklad z oboru	126
	Příklad č. 1 – minimální práce	126
5	Historická poznámka.....	127
	Pierre de Fermat (20. 8. 1601 – 12. 1. 1665)	127
	Otto Ludwig Hesse (22. 4. 1811 – 4. 8. 1874).....	127
	James Joseph Sylvester (3. 9. 1814 – 15. 3. 1897).....	127
13	Reálná funkce dvou reálných proměnných – globální extrémů	128
1	Teorie	128
2	Příklady	128
	Příklad č. 1 – čtvercová oblast, funkce zadaná explicitně.....	128
	Příklad č. 2 – trojúhelníková oblast, funkce zadaná explicitně	129
	Příklad č. 3 – čtvercová oblast, funkce zadané implicitně	131
3	Praktický příklad	133
	Příklad č. 1 – stanovení rozměrů komory pro mikrovlnný ohřev	133
4	Příklad z oboru.....	135

	Příklad č. 1 – nalezení místa pro léčebnu.....	135
5	Historická poznámka.....	137
	Karl Theodor Wilhelm Weierstrass (31. 10. 1815 – 19. 2. 1897).....	137
14	Dvojný integrál.....	138
1	Teorie	138
2	Příklady	142
	Příklad č. 1 – obdélníková oblast, integrál lze převést na součin dvou jednoduchých integrálů	142
	Příklad č. 2 – čtvercová oblast, integrál nelze převést na součin dvou jednoduchých integrálů.....	143
	Příklad č. 3 – trojúhelníková oblast	143
	Příklad č. 4 – trojúhelníková oblast (obtížnější)	144
	Příklad č. 5 – oblast ohraničená křivkami.....	145
	Příklad č. 6 – nezaměnitelná volba pořadí integrace	146
	Příklad č. 7 – transformace do polárních souřadnic, čtvrtina kruhu.....	146
	Příklad č. 8 – transformace do polárních souřadnic, část kruhu	147
	Příklad č. 9 – transformace do polárních souřadnic, část mezikruží	147
	Příklad č. 10 – určit meze transformace do polárních souřadnic, posunutý střed	148
	Příklad č. 11 – transformace do zobecněných polárních souřadnic	148
	Příklad č. 12 – obsah rovinné oblasti	149
	Příklad č. 13 – objem tělesa	150
	Příklad č. 14 – obsah úseku křivé plochy, paraboloidu.....	150
3	Praktické příklady	151
	Příklad č. 1 – obsah rovinné oblasti	151
	Příklad č. 2 – objem ateliéru	152
	Příklad č. 3 – těžiště homogenní rovinné desky.....	152
	Příklad č. 4 – statický moment nehomogenního obdélníka	154
	Příklad č. 5 – obsah úseku křivé plochy, kulové plochy	154
4	Příklady z oboru	155
	Příklad č. 1 – obsah rovinné oblasti, pozlacení plíšků	155
	Příklad č. 2 – objem nádoby, likérové sklenice	156
	Příklad č. 3 – obsah křivé plochy, chladicí věže Temelína	157
5	Historická poznámka.....	161
	Jacob I. Bernoulli (27. 12. 1654 – 16. 8. 1705).....	161
	Bernhard Georg Friedrich Riemann (17. 9. 1826 – 20. 7. 1866)	161
	Carl Gustav Jacob Jacobi (10. 12. 1804 – 18. 2. 1851).....	161
	Guido Fubini (19. 1. 1879 – 6. 6. 1943).....	161
15	Trojný integrál.....	162
1	Teorie	162
2	Příklady	164
	Příklad č. 1 – čtyřstěn	164
	Příklad č. 2 – oblast v kartézských souřadnicích	165
	Příklad č. 3 – transformace do válcových souřadnic, střed půdorysu v počátku.....	165
	Příklad č. 4 – transformace do válcových souřadnic, střed půdorysu není v počátku.....	166
	Příklad č. 5 – transformace do kulových souřadnic, střed půdorysu je v počátku	167
	Příklad č. 6 – transformace do kulových souřadnic, plocha zadána nerovnostmi	167
	Příklad č. 7 – hmotnost nehomogenní krychle, hustota je dána	168
	Příklad č. 8 – hmotnost nehomogenního tělesa.....	169
	Příklad č. 9 – statický moment, transformace do sférických souřadnic	169
	Příklad č. 10 – objem oblého tělesa, transformace do sférických souřadnic.....	170
	Příklad č. 11 – objem oblého tělesa, transformace do válcových souřadnic	171
3	Praktické příklady	172
	Příklad č. 1 – odvození vzorců	172
	Příklad č. 2 – hmotnost nehomogenní osminy koule	173
	Příklad č. 3 – souřadnice těžiště	174
	Příklad č. 4 – gravitační potenciál.....	175
4	Příklady z oboru	176
	Příklad č. 1 – objem chladicí věže jaderné elektrárny Temelín	176
	Příklad č. 2 – objem chlorovodíku	178
	Příklad č. 3 – objem nádoby na agar.....	179
5	Historická poznámka.....	182
	Peter Gustav Lejeune Dirichlet (13. 2. 1805 – 5. 5. 1859).....	182
	Roger Cotes (10. 7. 1682 – 5. 6. 1716).....	182
	Henri Léon Lebesgue (28. 6. 1875 – 26. 6. 1941)	182
	Thomas Simpson (20. 8. 1710 – 14. 5. 1761).....	182

	Jan Thomas Stieltjes (29. 12. 1856 – 31. 12. 1894).....	182
16	Operátor nabra.....	183
1	Teorie	183
	Vlastnosti polí.....	184
2	Příklady	186
	Příklad č. 1 – množiny na kterých není definováno dané skalární pole	186
	Příklad č. 2 – znázornění vektorového pole	186
	Příklad č. 3 – hladina rovinného skalárního pole	187
	Příklad č. 4 – siločáry	188
	Příklad č. 5 – derivace ve směru (v R^3).....	188
	Příklad č. 6 – derivace ve směru (v R^2).....	189
	Příklad č. 7 – gradient obecně.....	189
	Příklad č. 8 – gradient v bodě	189
	Příklad č. 9 – divergence v bodě.....	189
	Příklad č. 10 – solenoidální pole (divergence obecně).....	189
	Příklad č. 11 – rotace v bodě.....	190
	Příklad č. 12 – vírové pole (rotace obecně)	190
	Příklad č. 13 – divergence gradientu obecně	190
	Příklad č. 14 – divergence gradientu v bodě.....	191
	Příklad č. 15 – divergence rotace.....	191
	Příklad č. 16 – rotace gradientu	191
	Příklad č. 17 – derivace ve směru v libovolném bodě	191
	Příklad č. 18 – velikost (modul) gradientu.....	192
	Příklad č. 19 – vyšetření zřídla (nory).....	192
	Příklad č. 20 – gradient divergence.....	192
	Příklad č. 21 – zřídlové pole	193
	Příklad č. 22 – výraz s gradientem.....	193
3	Praktický příklad	193
	Příklad č. 1 – vrstevnice terénu.....	193
4	Příklady z oboru (fyzikální)	195
	Příklad č. 1 – termodynamické děje v ideálním plynu.....	195
	Příklad č. 2 – intenzita gravitačního pole.....	197
	Příklad č. 3 – vektor intenzity magnetického pole.....	198
	Příklad č. 4 – vektor elektrické indukce.....	199
5	Historická poznámka.....	200
	sir William Rowan Hamilton (4. 8. 1805 – 2. 9. 1865).....	200
	Pierre Simon Laplace (23. 3. 1749 – 5. 3. 1827)	200
	Jean Baptiste Joseph Fourier (21. 3. 1768 – 16. 5. 1830)	200
17	Popis křivky.....	201
1	Teorie	201
2	Příklady	202
	Příklad č. 1 – slovní zadání.....	202
	Příklad č. 2 – křivka jako průnik dvou ploch.....	203
	Příklad č. 3 – Descartesův list.....	204
	Příklad č. 4 – určení křivky.....	205
	Příklad č. 5 – kuželosečky	207
	Příklad č. 6 – cyklické křivky	211
3	Praktické příklady	217
	Příklad č. 1 – Evolventa kružnice	217
	Příklad č. 2 – Logaritmická spirála	218
	Příklad č. 3 – průnik dvou rotačních válců	218
	Příklad č. 4 – řetězovka.....	219
4	Příklady z oboru	220
	Příklad č. 1 – Archimédova spirála.....	220
	Příklad č. 2 – šroubovice.....	221
5	Historická poznámka.....	222
	Francois Viète (1540 – 23. 2. 1603)	222
	René Descartes (latinsky Renatus Cartesius) (31. 3. 1596 – 11. 2. 1650).....	222
18	Křivkový integrál I. druhu.....	223
1	Teorie	223
2	Příklady	225
	Příklad č. 2 – rovinná křivka zadaná implicitní rovnicí	225
	Příklad č. 3 – křivka v rovině zadaná slovně	226

	Příklad č. 4 – délka prostorové křivky	227
	Příklad č. 5 – plošný obsah válcové plochy	227
	Příklad č. 6 – hmotnost křivky	228
3	Praktické příklady	228
	Příklad č. 1 – délka zábradlí točitého schodiště	228
	Příklad č. 2 – délka elektrického vedení	229
4	Příklady z oboru (fyzikální)	231
	Příklad č. 1 – plošný obsah části válcové plochy	231
	Příklad č. 2 – hmotnost nehomogenního oblouku cykloidy	232
	Příklad č. 3 – hmotnost nehomogenní kružnice	232
	Příklad č. 4 – hmotnost nehomogenního oblouku paraboly	233
	Příklad č. 5 – hmotnost prvního závitu šroubovice	233
	Příklad č. 6 – souřadnice těžiště	234
5	Historická poznámka	235
	Alexis Claude Clairaut (7. 5. 1713 – 17. 5. 1765)	235
19	Křivkový integrál II. druhu	236
1	Teorie	236
	Gradient a potenciál ve fyzice	238
2	Příklady	239
	Příklad č. 1 – cirkulace v rovině	239
	Příklad č. 2 – cirkulace v prostoru	240
	Příklad č. 3 – lomená čára v prostoru	240
	Příklad č. 4 – část elipsy v rovině	241
	Příklad č. 5 – cirkulace podél uzavřené křivky v rovině	241
	Příklad č. 6 – úsečka s neznámými krajními body	242
	Příklad č. 7 – lomená čára v rovině	242
	Příklad č. 8 – odvození vzorce pro cirkulaci	243
	Příklad č. 9 – nezávislost na integrační cestě	243
	Příklad č. 10 – potenciál	244
3	Praktické příklady	244
	Příklad č. 1 – plošný obsah obrazce	244
	Příklad č. 2 – potenciál	245
4	Příklady z oboru (fyzikální)	245
	Příklad č. 1 – práce silového pole zadaného rovnicí	245
	Příklad č. 2 – práce silového pole zadaného slovně	246
	Příklad č. 3 – práce ideálního plynu	246
5	Historická poznámka	248
	Norbert Wiener (26. 11. 1894 – 18. 3. 1964)	248
20	Popis plochy	249
1	Teorie	249
2	Příklady	249
	Příklad č. 1 – nalezení rovnic plochy	249
	Příklad č. 2 – určení plochy	251
	Příklad č. 3 – rovina	252
	Příklad č. 4 – kulová plocha	253
	Příklad č. 5 – elipsoid	256
	Příklad č. 6 – kuželová plocha	258
	Příklad č. 7 – hyperboloid	262
	Příklad č. 8 – paraboloid	267
3	Praktické příklady	272
	Příklad č. 1 – válcová plocha	272
	Příklad č. 1 – normálové vektory přímé kvadratické rotační válcové plochy	277
4	Příklady z oboru	279
	Příklad č. 1 – normálové vektory přímé kvadratické rotační kuželové plochy	279
	Příklad č. 2 – normálové vektory rotačního paraboloidu	280
5	Historická poznámka	282
	August Ferdinand Möbius (17. 11. 1790 – 26. 9. 1869)	282
21	Plošný integrál I. druhu	283
1	Teorie	283
2	Příklady	285
	Příklad č. 1 – plošný integrál I. druhu přes horní polovinu kulové plochy	285
	Příklad č. 2 – plošný integrál I. druhu přes část kuželové plochy	286
	Příklad č. 3 – plošný obsah části roviny	287

	Příklad č. 4 – hmotnost kulové plochy pomocí explicitního vyjádření.....	287
	Příklad č. 5 – hmotnost kulové plochy pomocí parametrického vyjádření kulové plochy	288
	Příklad č. 6 – plošný integrál I. druhu přes část roviny.....	289
	Příklad č. 7 – plošný obsah parametricky zadané plochy	289
	Příklad č. 8 – plošný obsah plochy zadané jako průnik dvou ploch	290
3	Praktické příklady	292
	Příklad č. 1 – plošný obsah průniku dvou potrubí	292
	Příklad č. 2 – hmotnost parabolického zrcadla	293
4	Příklady z oboru	294
	Příklad č. 1 – hmotnost kuželovité nálevky	294
	Příklad č. 2 – plošný obsah šroubové plochy	296
5	Historická poznámka.....	299
	David Hilbert (23. 1. 1862 – 14. 2. 1943)	299
	Felix Christian Klein (25. 4. 1849 – 22. 6. 1925)	299
22	Plošný integrál II. druhu.....	300
1	Teorie	300
2	Příklady	301
	Příklad č. 1 – vnější strana kulové plochy	301
	Příklad č. 2 – povrch krychle	303
	Příklad č. 3 – parametricky zadaná plocha	304
	Příklad č. 4 – čtvrtina válce.....	305
3	Praktický příklad	306
	Příklad č. 1 – množství kapaliny	306
4	Příklady z oboru (fyzikální)	308
	Příklad č. 1 – tok vektoru pláštěm válce	308
	Příklad č. 2 – tok vektoru horní polovinou kulové plochy	309
	Příklad č. 3 – tok vektoru částí paraboloidu.....	310
5	Historická poznámka	311
	Eugenio Beltrami (16. 11. 1835 – 18. 2. 1900).....	311
	Henri Jules Poincaré (29. 4. 1854 – 17. 7. 1912).....	311
23	Greenova věta.....	312
1	Teorie	312
2	Příklady	313
	Příklad č. 1 – obvod čtverce.....	313
	Příklad č. 2 – obvod kružnice	313
	Příklad č. 3 – obvod trojúhelníka	314
	Příklad č. 4 – obvod obdélníka	314
	Příklad č. 5 – půlkružnice a úsečka.....	315
	Příklad č. 6 – vypočítat křivkový integrál II. druhu	315
3	Praktické příklady	316
	Příklad č. 1 – cirkulace podél tří stran obdélníka	316
	Příklad č. 2 – rozdíl integrálů.....	317
	Příklad č. 3 – oblouk sinusovky	317
4	Příklady z oboru (fyzikální)	318
	Příklad č. 1 – obvod trojúhelníka	318
	Příklad č. 2 – horní část polokružnice.....	319
	Příklad č. 3 – kružnice	320
	Příklad č. 4 – trojúhelník jako hranice oblasti	321
	Příklad č. 5 – uzavřená křivka jako hranice oblasti	321
	Příklad č. 6 – křivka složená ze sinusovky a úsečky	322
5	Historická poznámka	323
	George Green (červen 1793 – 31. 5. 1841).....	323
24	Gaussova–Ostrogradského věta	324
1	Teorie	324
2	Příklady	326
	Příklad č. 1 – válec.....	326
	Příklad č. 2 – kvádr	326
	Příklad č. 3 – průnik dvou ploch.....	326
	Příklad č. 4 – kulová plocha.....	327
3	Praktické příklady	328
	Příklad č. 1 – stěny čtyřstěnu	328
	Příklad č. 2 – tok čtvrtinou rotačního válce	329
	Příklad č. 3 – tok vnější stranou elipsoidu	329

4	Příklady z oboru (fyzikální)	330
	Příklad č. 1 – tok vnější stranou krychle	330
	Příklad č. 2 – tok vnější stranou kulové plochy	331
	Příklad č. 3 – tok čtyřstěnem	332
	Příklad č. 4 – tok vektoru čtvrtinou paraboloidu	333
5	Historická poznámka	334
	Carl Friedrich Gauss (30. 4. 1777 – 23. 2. 1855)	334
	Michail Vasiljevič Ostrogradskij (24. 9. 1801 – 1. 1. 1862)	334
25	Stokesova věta	335
1	Teorie	335
2	Příklady	336
	Příklad č. 1 – cirkulace podél kružnice	336
	Příklad č. 2 – cirkulace podél elipsy	337
	Příklad č. 3 – cirkulace podél průniku dvou ploch	337
	Příklad č. 4 – cirkulace podél obvodu trojúhelníka	338
	Příklad č. 5 – cirkulace podél kružnice	338
3	Praktické příklady	339
	Příklad č. 1 – výpočet práce podél trojúhelníka	339
	Příklad č. 2 – cirkulace podél průsečnice válce s rovinou	340
	Příklad č. 3 – cirkulace podél kružnice	341
4	Příklady z oboru (fyzikální)	341
	Příklad č. 1 – práce podél rovníku	341
	Příklad č. 2 – cirkulace podél kružnice řezu	342
	Příklad č. 3 – cirkulace podél čtyřstěnu	343
5	Historická poznámka	343
	George Gabriel Stokes (13. 8. 1819 – 1. 2. 1903)	343