

# Obsah

Úvod . . . . .	7
1 Náhodný pokus, množina jeho výsledků, permutace, variace a kombinace . . . . .	12
1.1 Proč někdy házíme minci? . . . . .	12
1.2 Házení kostkou nebo více kostkami . . . . .	12
1.3 Opakování losování koule z urny bez vracení a současné losování několika koulí z urny . . . . .	15
1.4 Vícenásobné losování koule z urny s vracením . . . . .	17
1.5 Míchání a rozdávání karet v bridži a vykládání karet při pasiánsu . . . . .	18
1.6 Než začneme hrát domino . . . . .	21
1.7 Hra ruleta, ruletka a kolo štěstí . . . . .	23
1.8 Jednoruký bandita . . . . .	25
1.9 Stochastický pokus . . . . .	26
2 Pravděpodobnostní prostor. Stochastický model náhodného pokusu . . . . .	28
2.1 Pravděpodobnostní prostor. Klasický pravděpodobnostní prostor. . . . .	28
2.2 Sportka, náhodné hry a hry strategicky-náhodné . . . . .	30
2.3 Stochastický model náhodného pokusu . . . . .	37
2.4 Klasický stochastický model . . . . .	40
2.5 Věděl celník o pašerácích? Je známka z chemie věrohodná? Byla to smůla? . . . . .	44
2.6 Nekonečný pravděpodobnostní prostor – pro silnější v matematice . . . . .	47
3 O stromech ve stochastice a v kombinatorice . . . . .	50
3.1 Stochastický strom a stochastický model pokusu konaného po etapách . . . . .	50
3.2 Strom a počet permutací a variací . . . . .	57
3.3 Bernoulliho schéma s $m$ pokusy . . . . .	64
3.4 Pád kuličky po Galtonově desce a Bernoulliho schéma . . . . .	67
3.5 Čekání na první úspěch nebo na $k$ úspěchů – pro silnější v matematice . . . . .	68

---

4	O stochastické simulaci . . . . .	74
4.1	Jak lze udělat hrací kostku ze tří karet nebo čtyř kouli? . . . . .	74
4.2	Jak se dají pomocí kostky nebo mince péci bábovky s rozinkami? . . . . .	77
4.3	Jak je možné pomocí karet simulovat prověrku z literatury a jak test z biologie? . . . . .	79
4.4	Jak se losují náhodné vzorky z populace? . . . . .	81
4.5	Tabulka náhodných čísel jako podivná, ale užitečná knížka .	82
4.6	O tom, jak teorie pravděpodobnosti vysvětluje některá podivná fakta v přírodě . . . . .	88
5	Jev a jeho pravděpodobnost. Kdo, kdy a proč potřebuje takové matematické pojmy? . . . . .	92
5.1	Jev. O operacích na jevech . . . . .	92
5.2	Definice pravděpodobnosti jevu . . . . .	98
5.3	Věta o klasické pravděpodobnosti; takže k čemu se v počtu pravděpodobnosti hodí kombinatorika . . . . .	105
5.4	Jevy prakticky jisté a jevy prakticky nemožné . . . . .	116
5.5	Pravděpodobnost jako hodnocení rizika . . . . .	118
5.6	Překvapující úlohy o náhodných setkáních . . . . .	123
5.7	Zajímavé úlohy na počítání pravděpodobnosti . . . . .	125
5.8	Pravděpodobnost v nekonečném pravděpodobnostním prostoru – pro silnější v matematice . . . . .	131
6	Náhodná veličina . . . . .	134
6.1	Počet uhodnutých čísel ve sportce, výhra v ruletě a v jiných hrách jako náhodná veličina . . . . .	134
6.2	Počet správných odpovědí u zkoušky jako počet úspěchů – neúspěchů, když žák nic neumí . . . . .	140
6.3	Počet sloučení při náhodném rozmisťování očíslovaných elementů na očíslovaných místech . . . . .	143
6.4	Různé podoby jednorukého bandity . . . . .	147
6.5	Doba trvání náhodného pokusu jako náhodná veličina . . . . .	152
6.6	Díky náhodné veličině máme nový stochastický model . . . . .	154
7	Matematická naděje a spravedlivé hry . . . . .	160
7.1	Spravedlivé náhodné hry, ve kterých se vyhrávají peníze . . . . .	160
7.2	Proč salóny hazardních her nebankrotují? . . . . .	166
7.3	Kola štěstí na společenských akcích. Pouťová kola štěstí . . . . .	172
7.4	Aby na sebe jednoruký bandita vydělával . . . . .	177
7.5	Hra a proces rozhodování . . . . .	180
7.6	Průměrný počet úspěchů v Bernoulliiově schématu a průměrný počet spojení . . . . .	185
8	Stochastická nezávislost jevů . . . . .	192

---

8.1	Podmíněná pravděpodobnost, tedy o tom, jak může informace o nastání jednoho jevu působit na pravděpodobnost druhého . . . . .	192
8.2	Informace o tom, že nastal nějaký jev, nemusí působit na pravděpodobnost jiného jevu – čili o stochasticky nezávislých jevech . . . . .	197
8.3	Překvapující vlastnosti některých relací souvisejících s podmíněnou pravděpodobností . . . . .	200
8.4	Úplná pravděpodobnost . . . . .	202
9	Stochastické paradoxy a překvapení. Dokážeš se divit? . . . . .	210
9.1	Je nárok na přednost vždy výsadou? Podivné urny a podivné kostky . . . . .	210
9.2	Netranzitivní ruletky . . . . .	213
9.3	Soubory karet a dominových kamenů se někdy podivně chovají	217
9.4	Lepší a horší výsledky trojího hodu mincí . . . . .	220
9.5	Jak můžeme uhodnout výsledky hodu kostkami . . . . .	228
10	Stochastické úlohy jako zvláštní prvek matematického vzdělávání – formulování, hledání řešení a řešení stochastických úloh jako matematická tvůrčí činnost . . . . .	232
10.1	Počet pravděpodobnosti ve škole jako matematika ve stádiu tvoření . . . . .	232
10.2	Stochastické úlohy jako ilustrace procesu používání matematiky . . . . .	233
10.3	Reflexe <i>a posteriori</i> a role statistických udajů v matematické aktivizaci . . . . .	237
10.4	Proces utváření pojmu „pravděpodobnost jevu“ ve škole. Četnost jevu a jeho pravděpodobnost ze stochastického hlediska . . . . .	238
10.5	Stochastické vzdělávání jako hlavní záměr vyučovaní počtu pravděpodobnosti . . . . .	239
10.6	Axiomatická definice pravděpodobnostního prostoru a školní určení tohoto pojmu . . . . .	241
11	Poznámky a odpovědi k úlohám . . . . .	244
	Tabulka náhodných čísel . . . . .	250