

O B S A H

0. PŘEDMLUVA	7
0.1 Použité značení	8
1. ÚVOD	9
1.1 Operační výzkum (OV) jako vědecká disciplína poskytující podklady pro rozhodování v řízení	9
1.1.1 Historie operačního výzkumu	9
1.1.2 Předmět operačního výzkumu	10
1.1.3 Systém	10
1.1.3.1 Obecné o pojmu systém	10
1.1.3.2 Strukturální charakter systému	11
1.1.3.3 Funkcionální (procesní) charakter systému	12
1.1.3.4 Klasifikace systémů	18
1.1.4 Matematické modelování	19
1.1.4.1 Úvod	19
1.1.4.2 Klasifikace matematických modelů	20
1.1.4.3 Principy konstrukce matematických modelů v OV	20
1.1.5 Systémový přístup	21
1.1.6 Cíl, operace, řízení. Strukturovanost problému.	23
1.1.6.1 Cíl	23
1.1.6.2 Operace, řízení	24
1.1.6.3 Strukturovanost problému	24
1.2 Metodologie analýzy operací	25
1.3 Rozhodování	28
1.3.1 Úvod	28
1.3.2 Krátký přehled metod vícekriteriální optimalizace	28
1.3.2.1 Převedení kriteriálních funkcí do omezujících podmínek	28
1.3.2.2 Metoda funkce užitku	28
1.3.2.3 Metoda cílového programování	30
1.3.2.4 Zhodnocení metod vícekriteriální optimalizace	30
1.3.3 Informace o rozhodování v případě nevyjasněné budoucnosti	31
1.4 Úlohy, modely a metody operačního výzkumu	31
1.4.1 Úlohy řešené v OV	31
1.4.2 Modely, používané v OV	34
1.4.3 Metody, používané v OV	35
1.4.4 Přiřazení metod řešeným úlohám	35
1.5 Stupnice, používané v OV	35
1.5.1 Úvod	35
1.5.2 Nominální škála	36
1.5.3 Ordinální škála	36
1.5.4 Intervalová škála	36
1.5.5 Podílová škála	37
1.6 Systémová analýza a systémové inženýrství	37

2. ABSTRAKTNÍ PROSTORY	38
2.1 Metrické prostory	38
2.2 Lineární prostory	41
2.2.1 Definice a příklady lineárních prostorů	41
2.2.2 Dimenze lineárního prostoru	43
2.2.3 Báze lineárního prostoru. Souřadnice vektoru v bázi.	46
2.2.3.1 Báze lineárního prostoru	46
2.2.3.2 Souřadnice vektoru v bázi	46
2.2.4 Izomorfismus lineárních prostorů	48
2.2.5 Podprostory lineárních prostorů. Poloprostor. Lineární obal.	48
2.2.6 Transformace souřadnic při změně báze	50
2.3 Prostory se skalárním součinem (PSS). Euklidovské prostory.	52
2.3.1 Definice PSS. Příklady PSS.	52
2.3.2 Ortogonální báze	54
2.4 Normované lineární prostory	55
2.5 Algoritmy ke kapitole 2	57
3. KONVEXNÍ MNOŽINY. KONVEXNÍ POLYEDRÁLNÍ MNOŽINY.	65
3.1 Konvexní množiny	65
3.2 Konvexní polyedrální množiny	67
3.3 Konvexní obal množiny.	68
4. GAUSSOVA A GAUSSOVA-JORDANOVA METODA ŘEŠENÍ SOUSTAV LINEÁRNÍCH ALGEBRAICKÝCH ROVNIC	70
4.1 Úvod	70
4.2 Gaußsova eliminační metoda	71
4.3 Gaußsova-Jordanova eliminační metoda	75
4.4 Užití Gaußsovy-Jordanovy eliminační metody k inverzi matice	78
4.5 Algoritmy ke kapitole 4	80
5. LINEÁRNÍ PROGRAMOVÁNÍ	
5.1 Obecný a kanonický tvar úlohy LP	87
5.2 Grafická metoda řešení úloh LP	91
5.2.1 Grafická metoda - případ a)	91
5.2.2 Grafická metoda - případ b)	96
5.3 Množina optimálních řešení. Krajiní bod konvexní polyedrální množiny.	100
5.4 Simplexová metoda	102
5.4.1 Výchozí úvahy	102
5.4.2 Speciální případ úlohy LP	103
5.4.3 Početní příklady na řešení úlohy LP (speciální případ)	110
5.5 Praktické úlohy LP (vedoucí na speciální případ)	113
5.5.1 Úvod	113
5.5.2 Aplikace LP v řízení	113
5.5.2.1 Úloha o optimálním výrobním programu (konkrétní formulace I)	113
5.5.2.2 Úloha o optimálním výrobním programu (konkrétní formulace II)	115
5.5.2.3 Úloha o optimálním výrobním programu (obecná formulace)	115
5.5.2.4 Modifikace úlohy o optimálním výrobním programu	117
5.5.2.5 Výroba a rozvoz betonových směsí	118

5.5.2.6 Výroba nákladních automobilů	120
5.5.2.7 Maximizace obytné plochy	120
5.5.3 Aplikace LP v projektování	121
5.5.3.1 Optimální zatížení konstrukce	121
5.5.3.1.1 Optimální zatížení konstrukce - konkrétní formulace	121
5.5.3.1.2 Optimální zatížení konstrukce - obecná formulace	123
5.5.3.2 Regionální řízení kvality vody	123
5.5.3.3 Projekt vodní nádrže	125
5.6 Simplexová metoda - pokračování	126
5.6.1 Obecný případ úlohy LP	126
5.6.2 M - úloha	127
5.6.3 Početní příklady k odst. 5.6.2	129
5.7 Praktické úlohy LP (vedoucí na obecný případ)	133
5.7.1 Aplikace LP v řízení	133
5.7.1.1 Úloha o optimálním výrobním programu - další omezujející podmínky	133
5.7.1.2 Úloha o optimálním výběru technologií	135
5.7.1.3 Úloha o optimálním řezném plánu	138
5.7.1.4 Úloha o optimálním řezném plánu - příklad	142
5.7.1.5 Úloha o optimálním sestavení směsi	143
5.7.1.6 Úloha o optimálním výrobním programu směsí (obecná formulace)	143
5.7.1.7 Úloha o optimálním výrobním programu směsí (příklad)	144
5.7.1.8 Nutriční (výživový) problém	144
5.7.2 Aplikace LP v projektování	146
5.7.2.1 Oblastní projektování rozvoje energetických soustav	146
5.7.2.2 Minimalizace hmotnosti konstrukce	147
5.8 Degenerované úlohy	148
5.9 Výpočet všech optimálních řešení	151
5.10 Celočíselné lineární programování (CLP)	155
5.10.1 Úvodní poznámky	155
5.10.2 Úloha o optimálním výběru investic - úloha o batchu	157
5.10.3 Enumerativní metody	158
5.10.4 Metoda větví a mezik	159
5.10.5 Metody sečných nadrovin	163
5.10.5.1 Kongruence	163
5.10.5.2 Gomoryho algoritmus sečných nadrovin	164
5.10.5.2.1 Odvození konstrukce přidávané podmínky (sečné nadroviny)	164
5.10.5.2.2 Gomoryho algoritmus - shrnutí	166
5.10.5.2.3 Příklad užití Gomoryho algoritmu	166
5.11 Zjednodušení simplexové tabulky. Maticový zápis simplexových iterací.	168
5.11.1 Zjednodušení simplexové tabulky	168
5.11.2 Maticový zápis simplexových iterací	171
5.12 Dualita v lineárním programování	176
5.12.1 Definice duálních úloh LP	176
5.12.2 Věty o dualitě	177
5.12.3 Praktická interpretace duality. Stínové ceny.	183

5.13 Parametrické lineární programování (zmínka)	186
5.14 Počítačový program na řešení úloh LP simplexovou metodou	187
5.14.1 Úvod	187
5.14.2 Uživatelská příručka programu LPSP11	188
5.14.3 Příklady použití programu LPSP11	189
5.14.4 Výpis zdrojového programu	192
5.14.5 Uživatelská příručka programu LPSP12	194
5.14.6 Příklady použití programu LPSP12	195
5.14.7 Výpis zdrojového programu	200
5.14.8 Komentář k uvedeným programům a jejich údržba	200
5.15 Dopravní úloha jako speciální úloha LP	201
5.15.1 Formulace dopravní úlohy	201
5.15.2 Řešení dopravní úlohy	204
5.15.2.1 Tabulkový zápis dopravní úlohy. Vlastnosti základního řešení.	204
5.15.2.2 Nalezení počátečního základního řešení	209
5.15.2.2.1 Metoda severozápadního rohu	209
5.15.2.2.2 Metoda řádkových minim	211
5.15.2.3 Výpočet dalšího (zlepšeného) základního řešení. Příznak optimality.	212
5.15.2.3.1 Postup založený na simplexové metodě	212
5.15.2.3.2 Metoda řádkových a sloupcových čísel	213
5.15.2.4 Algoritmus řešení dopravní úlohy metodou MODI - shrnutí	219
5.15.2.5 Doplnění metody MODI	221
5.15.2.5.1 Reprezentace tabulkového zápisu pomocí teorie grafů	221
5.15.2.5.2 Legenerované úlohy	222
5.15.2.5.3 Existence více optimálních řešení	224
6. <u>NELINEÁRNÍ PROGRAMOVÁNÍ</u> (NLP)	226
6.1 Základní pojmy používané v NLP	226
6.1.1 Vektorové funkce	226
6.1.2 Gradient funkce	227
6.1.3 Význam gradientu funkce f v bodě x ($\text{grad } f(x)$)	227
6.1.4 Hessova matici	228
6.1.5 Hledké funkce	229
6.1.6 Stacionární body funkce	230
6.1.7 Taylorova řada pro funkce n proměnných	230
6.1.8 Konvexní a konkávní funkce	232
6.2 Obecná úloha NLP s klasifikace úloh NLP	235
6.3 Jednorozměrná extremlizace	237
6.3.1 Postačující podmínka pro existenci extrému	237
6.3.2 Newtonova metoda	239
6.3.3 Numerické metody (zmínka)	241
6.4 Grafické metoda řešení úloh NLP	242
6.5 Úloha na volný extrém	243
6.5.1 Nutná a postačující podmínka extrému	243
6.5.2 Gradientní metody	246
6.5.3 Souřadnicové extremlizační postupy	248
6.5.4 Newtonova metoda	248

6.6 Informace o minimalizaci s omezenimi	249
6.6.1 Metoda Lagrangeovych multiplikatoru	249
6.6.2 Metody zalozené na Kuhnove - Tuckerově vztě	249
6.6.3 Metoda projekce gradientu (Rosenova metoda)	249
6.7 Aplikace metod NLP	249
Použité literatura - 1. část	250
Použité literatura - 2. část	251

0. PŘEDMLUVA

Předkládaná skripta jsou 2. vydáním skript, jež vyšla v r. 1984 pod názvem "Operační výzkum ve stavebnictví I".

Ve 2. vydání došlo zejména k těmto změnám:

Byla zařazena nová kapitola 1., jež podrobně charakterizuje operační výzkum a začleňuje jej do širšího kontextu matematického modelování v řízení.

Dále byly nově zařazeny: Úloha o optimálním výběru technologií (odst. 5.7.1.2), počítacový program pro řešení úloh LP simplexovou metodou (odst. 5.14), dopravní úloha (odst. 5.15) a neelineární programování (kap. 6). Kromě toho byly i v ostatním textu provedeny drobnější změny a úpravy (například formulace úloh o optimálním výrobním programu v odst. 5.5.2.3 apod.)

Přes všechny provedené změny není výsledek zdaleka takový, jaký jsem si původně přál, a to ani po obsahové, ani po formální stránce. Provedení dalších zamýšlených změn bylo znemožněno zejména nutností dodržení pláneváního termínu odevzdání čistopisu skript. Přesto však věřím, že skripta splní svůj účel - uvést posluchače do studia operačního výzkumu.

Při členění textu bylo použito běžně používaného členění na kapitoly, odstavce, pododstavce atd. s obvyklým hierarchickým číslováním. Obrázky (a také příklady, vztahy, definice a věty) jsou číslovány vždy v rámci nejnižší hierarchické jednotky textu, v níž jsou použity, tj. za číslo této nejnižší textové hierarchické jednotky je připojeno ještě číslo obrázku (příkladu, vztahu, definice, věty). Výjimkou je 6. kapitola, kde je užito průběžné číslování.

Na některých místech textu (zejména v 1. kapitole) je užita značka "«" ke zvýšení členitosti textu a také pro zdůraznění ukončení určité textové jednotky (například konec definice, příkladu apod.)

V závěru skript je uveden seznam použité a doporučené rozšiřující literatury, na niž se v textu odkazujeme běžným způsobem, tj. jejím číslem resp. symbolem uvedeným v hranatých závorkách.

Každému čtenáři budu vděčen za konstruktivní připomínky k obsahu a celkovému pojetí skript. Na závěr předmluvy přeji každému čtenáři mnoho úspěchů při studiu.

V Praze, dne 24/11/1989

Autor