

# Obsah

Předmět

<b>1 Předběžné pojmy, výsledky, značení</b>	<b>1</b>
1.1 Značení . . . . .	1
1.2 Weierstrassova věta . . . . .	3
1.3 Výsledky týkající se Lebesgueova integrálu . . . . .	8
1.4 Fourierova transformace a Fourierovy řady . . . . .	13
<b>2 Zavedení zobecněných funkcí</b>	<b>17</b>
2.1 Prostor testovacích funkcí . . . . .	17
2.2 Prostor zobecněných funkcí . . . . .	22
<b>3 Operace nad zobecněnými funkcemi</b>	<b>32</b>
3.1 Afinní transformace souřadnic . . . . .	33
3.2 Násobení hladkou funkcí . . . . .	34
3.3 Derivování zobecněných funkcí . . . . .	35
3.4 Zobecněné funkce s jednobodovým nosičem . . . . .	36
3.5 Primitivní funkce k zobecněné funkci . . . . .	40
3.6 Zobecněné derivace po částech hladkých funkcí . . . . .	42
<b>4 Řady v prostoru zobecněných funkcí</b>	<b>48</b>
4.1 Některé základní vlastnosti . . . . .	48
4.2 Trigonometrické řady ve smyslu zobecněných funkcí . . . . .	50
4.3 Periodické zobecněné funkce . . . . .	51
<b>5 Tenzorový součin a konvoluce zobecněných funkcí</b>	<b>58</b>
5.1 Tenzorový součin . . . . .	58
5.2 Konvoluce zobecněných funkcí . . . . .	64
5.3 Aproximace zobecněných funkcí hladkými funkcemi . . . . .	75
<b>6 Temperované zobecněné funkce</b>	<b>78</b>
6.1 Definice a základní vlastnosti . . . . .	78
6.2 Tenzorový součin temperovaných zobecněných funkcí . . . . .	85
6.3 Konvoluce temperovaných zobecněných funkcí . . . . .	88

<b>7 Fourierova transformace zobecněných funkcí</b>	<b>91</b>
7.1 Fourierova transformace na prostoru $\mathcal{S}$ . . . . .	91
7.2 Zobecněná Fourierova transformace . . . . .	97
7.3 Inverzní Fourierova transformace . . . . .	101
7.4 Fourierova transformace finitních zobecněných funkcí . . . . .	103
<b>8 Laplaceova transformace zobecněných funkcí</b>	<b>108</b>
8.1 Definice a základní vlastnosti . . . . .	108
8.2 Početní pravidla pro Laplaceovu transformaci . . . . .	111
8.3 Inverzní zobrazení k Laplaceově transformaci . . . . .	117
<b>9 Řešení klasických parcíálních diferenciálních rovnic</b>	<b>120</b>
9.1 Obyčejné diferenciální rovnice . . . . .	120
9.2 Laplaceův operátor . . . . .	124
9.3 Rovnice vedení tepla . . . . .	128
9.4 Vlnová rovnice . . . . .	133
<b>Literatura</b>	<b>142</b>

Při výpočtu s  $\alpha \in \mathbb{Z}_+$  pokračujeme

$$|z| = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$$

$$\alpha^2 = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$$

$$\binom{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha!}{\beta!(\alpha-\beta)!}$$

$$|z|^2 = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2)^{1/2}$$

$$z \cdot y = \sum_{i=1}^n z_i y_i$$

$$\alpha^k = \alpha_1^k \alpha_2^k \dots \alpha_n^k$$

$$\alpha^{\alpha} = \alpha_1^{\alpha_1} \alpha_2^{\alpha_2} \dots \alpha_n^{\alpha_n}$$

Pokud nebude třeba explicitně vysvětlovat souřadnice, budeme psát krátce  $\partial^\alpha$  místo  $\partial_x^\alpha$ .

Pomocí tohoto formalistického náčiní zapsat Fourierovu řadu v houž za využitím funkce  $f(x)$  definované na  $\mathbb{R}^n$  takto:

$$\sum_{\alpha \in \mathbb{Z}_+^n} \frac{\partial^\alpha f(x)}{\alpha!} (x - x_0)^\alpha$$