

Obsah

PŘEDMLUVA	7
1 Čísla	9
1.1 CHRONOLOGIE A ZROD POČÍTÁNÍ	9
1.2 DRUHY ČÍSEL	14
1.2.1 Přirozená čísla	14
1.2.2 Celá čísla	16
1.2.3 Racionální čísla	17
1.2.4 Algebraická čísla	18
1.2.5 Transcendentní čísla	19
1.2.6 Reálná čísla a číselná osa	19
1.2.7 Pascalův trojúhelník	21
1.2.8 Celočíselné funkce	22
1.2.9 Všudypřítomné konstanty	23
1.3 KOMPLEXNÍ ČÍSLA	28
1.3.1 Imaginární jednotka	29
1.3.2 Počítání a geometrie v rovině	29
1.3.3 Řešení polynomických rovnic s reálnými koeficienty	31
1.3.4 Tabulkové vyjádření komplexních čísel	35
1.3.5 Kvaterniony	36
1.4 POHLEDY ZA ČÍSLA	37
1.4.1 Náhled na nekonečna	37
1.4.2 Algebraické vlastnosti	40
1.4.3 Číselné analogie	42
1.4.4 Síla čísel	43
2 Součty	47
2.1 KONEČNÉ SOUČTY	47
2.1.1 Prosté součty	47
2.1.2 Součty druhých mocnin	49
2.1.3 Dvojnásobné součty	52
2.1.4 Součty obecných mocnin	53
2.2 NEKONEČNÉ SOUČTY	54
2.2.1 Binomická řada	54
2.2.2 Mnohoúhelníková čísla	56
2.2.3 Fibonacciho a Lucasova čísla	58
2.2.4 Geometrická řada	60
2.2.5 Harmonická řada	62
2.2.6 Příklady nekonečných součtů	64
2.3 POHLEDY ZA SOUČTY	66
2.3.1 Rozklady na součty	66
2.3.2 Řetězové zlomky	67
2.3.3 Řetězení odmocnin	71
2.3.4 Ramanujan	72
2.3.5 Imaginativní hry	75

3	Dělitelnost	77
3.1	DĚLITELNOST CELÝCH ČÍSEL	77
3.1.1	Základy klíčového konceptu	77
3.1.2	Dělitelnost v soustavách	80
3.1.3	Největší společný dělitel	82
3.1.4	Rovnost $um + vn = (m, n)$	85
3.2	PRVOČÍSLA	86
3.2.1	Prolog	86
3.2.2	Prvočísla v tabulkách	87
3.2.3	Formule pro výpočet prvočísel	89
3.2.4	Na vrcholu Piramidy	90
3.2.5	Prvočíselné zoo: Mersennova, Fermatova a jiná prvočísla	91
3.2.6	Odhady hustoty a polohy prvočísel	93
3.2.7	Testování prvočíselnosti	96
3.3	PRVOČÍSELNÁ LEGA	98
3.3.1	Základní věta aritmetiky	98
3.3.2	Relativní prvočíselnost	99
3.3.3	Waringův problém	99
3.3.4	Goldbachova hypotéza	102
3.3.5	Omega čísla	103
3.3.6	Součty dělitelů a přátelská čísla	105
3.3.7	Prvočíselné dvojice	105
3.4	MODULÁRNÍ ARITMETIKA	106
3.4.1	Kongruence	106
3.4.2	Zbytkové třídy a jejich geometrické vzory	109
3.4.3	Kongruenční rovnice	112
3.4.4	Kvadratické zbytky	114
3.4.5	Eulerova funkce	116
3.5	POHLEDY ZA DĚLITELNOST	118
3.5.1	Eukleidova čísla	118
3.5.2	Algoritmus hledání pořadí prvočísel	118
3.5.3	Riemannova hypotéza	120
3.5.4	Möbiova funkce	123
3.5.5	Aritmetické funkce používané v analytické teorii čísel	125
4	Aplikace	127
4.1	POČTY VĚCÍ	127
4.1.1	Faktoriální čísla	127
4.1.2	Faktoriální funkce a definice zeta funkce	130
4.1.3	Bellova a Stirlingova čísla	131
4.1.4	Příhradkový princip	132
4.2	DIFERENCOVÁNÍ UMOŽŇUJE PŘEDPOVĚDI	132
4.3	DIOFANTICKÉ ROVNICE A KONGRUENCE	133
4.4	IDENTIFIKACE A KÓDOVÁNÍ	137
4.4.1	Identifikační čísla	137
4.4.2	Paketová síťová komunikace	141
4.4.3	Samoopravné kódy	142
4.4.4	Binární komprese	145
4.4.5	Prvočíselná kryptografie	147
4.4.6	Podstata veřejného klíče	151
4.5	RYCHLOSTI RŮSTU	153
4.6	FUNKCE POSUVU	156
4.7	OTEVŘENÉ PROBLÉMY A INSPIRACE	158
	REFERENCE	165