

ЗМІСТ.

ПЕРЕДНЄ СЛОВО.

Вступ.

§ 1. Вимір віддалень на простій	5
§ 2. Положення точки на площі	6
а) значники точки — 6; мнемонична схема — 7.	
§ 3. Положення відтинку на площі	8
а) мет відтинку на координатні осі — 8; б) довжина відтинка — 10; в) напрямність відтинка: кут спаду його — 11; г) поділ відтинку на пропорційні частини — 12-14.	
Вправи до § 1—3 (задачі чч. 1—20)	15
Значники центра ваги трикутника	16
§ 4. Кут між простими	17
а) тангенс кута між простими — 17; б) умова рівнобіжності простиx — 18; г) умова прямоxости простиx — 18.	
§ 5. Поле трикутника й многокутника	18
а) поле трикутника — 18-19; б) поле многокутника — 20-21.	
Вправи до § 4—5 (задачі чч. 21—29)	21

РОЗДІЛ І

Проста лінія.

§ 6. Рівняння координатних осей	23
§ 7. Рівняння простиx рівнобіжних до координатних осей	24
Вправи до § 6—7 (задачі чч. 30—33)	26
§ 8. Рівняння простої, що переходить через початок координатних осей	26
Вправи до § 8 (задачі 34—41)	28
§ 9. Загальне рівняння простої	30
а) канонична форма рівняння — 30-31; б) аналіза каноничного рівняння простої — 31-32.	

§ 10. Основні задачі на просту	33
а) рівняння простої, що переходить через загадану точку — 33; б) рівняння простої, що переходить через дві загадані точки — 34; в) умова простоположенности трох точок — 35 - 36. г) рівняння простої, поведеної через дану точку рівнобіжно до другої простої — 36; д) рівняння простої, поведеної через дану точку прямою до другої простої — 37.	
§ 11. Алгебричне рівняння простої	39
а) загальне алгебричне рівняння 1-го ступіня від двох змінних — 39; б) аналіза алгебричного рівняння простої — 40;	
§ 12. Алгебрична форма рівнянь прямої та рівнобіжної до даної простої	41
а) алгебричне рівняння простої, що взагалі переходить через загадану точку — 42; б) рівняння простої, що переходить через загадану точку рівнобіжно до другої простої — 42; в) рівняння простої, що переходить через загадану точку прямою до другої простої — 42;	
§ 13. Первні, що визначають положення простої щодо визначених осей	43
а) роля кута спаду простої на вісь X -ів і відтинку, відтятого простою на осі Y -ів — 43; б) відтинкове визначення положення простої — 44; в) пряме (нормальне) визначення положення простої — 44.	
§ 14. Відтинкове рівняння простої.....	45
§ 15. Пряме (або нормальне) рівняння простої	46
§ 16. Перетворення однієї форми рівняння простої у другу	48
а) перетворення каноничного рівняння в інші форми — 48; б) перетворення відтинкового рівняння — 50; в) перетворення алгебричної форми у пряму — 51; г) перетворення інших форм рівняння у пряму — 53; д) перетворення прямої форми рівняння в інші — 55.	
§ 17. Перехрещення двох простих	56
а) значники перехрестя — 56; б) умова рівнобіжності простих — 57; в) ознака того, що перехрестя лежить на осі координат — 57; г) умова прямої простих — 59.	
§ 18. Точки перехрещення простої з осями	59
Вправи до § 9—18 (задачі чч. 42—65)	61
§ 19. Віддалення точки від простої	64
Вправи до § 19 (задачі чч. 66—71)	69
§ 20. Мет точки на просту	70

§ 21. Жмуток простиx	72
а) Основна теорема — 72; б) рівняння кожної простої, що переходить через перехрестя двох даних — 73—75; в) знак жмуткового змінника λ — 76; г) рівняння симетральних трикутника — 77.	
§ 22. Умова того, що три дані прості переходять через загадану точку	79
а) доведення умови — 79; б) перехрещення всіх симетральних кутів трикутника в одній точці — 80; в) перехрещення висот трикутника в спільній точці — 81; г) перехрещення осередніх трикутника в одній точці — 82; д) перехрещення симетральних боків Δ — ка — 83.	
§ 23. Задачі до розділу I (задачі чч. 72—124)	84
§ 24. Перетворення координатних осей	93
а) рівнобіжне пересування осей — 93; б) обертання осей круг початку — 94; в) довільне перенесення осей — 95;	
Бігунові визначні осі	96
Перетворення прямокутних координат у бігунові й навпаки — 97.	
Вправи до § 24 (задачі ч.ч. 125—132)	98

РОЗДІЛ II.

Коло.

§ 25. Коло та його рівняння	99
§ 26. Аналіза основного рівняння кола	101
§ 27. Центрове рівняння й інші форми рівняння кола	104
а) центрове рівняння — 104; б) обводове (вершкове) рівняння — 104; в) обводове рівняння, віднесене до осей координат — 105.	
Вправи до § 25—27 (задачі чч. 133—140)	105
§ 28. Алгебрична форма рівняння кола	107
а) загальне алгебричне рівняння кола — 107; б) взори переходу від алгебричного рівняння до основного — 109—110; в) упорядковане алгебричне рівняння кола — 111.	
Рівняння кола, що переходить через три загадані точки	113
Вправи до § 28 (задачі чч. 141—143)	114
§ 29. Взаємне положення кола й простої	115
а) Умови, коли пряма є січною, дотичною, або мимобіжною до кола — 115; б) геометричний осередок середини рівнобіжних прямих — 118; в) рівняння поперечника кола, здруженого з шергом рівнобіжних прямих — 119.	
Вправи до § 29 (задачі чч. 144—147)	120

§ 30. Дотична до кола (дано точку дотику)	120
§ 31. Прямова, або нормаль до кола	125
§ 32. Рівняння дотичної до кола, поведеної з точки по-за колом	126
§ 33. Бігункова, або поляра	132
§ 34. Кут січної з колом	134
§ 35. Піддотична й піднормаль	134
§ 36. Положення точки зглядно кола	136
а) Степень точки зглядно кола — 136. б) Задача. Геометрич- ний осередок точок, що мають однаковий степе́нь зглядно кола — 139.	
Вправи до § 30—36 (задачи чч. 148—157)	140
§ 37. Взаємне положення кол	142
§ 38. Степенна, або радикальна вісь	143
§ 39. Степенна точка трьох кол	145
§ 40. Жмуток кол	147
Задачи	148
а) Обчислити кут між двох кол — 148; б) написати рівнян- ня спільної дотичної до 2-х кол — 149	
Вправи до § 37—40 (задачи чч. 158—162)	151
§ 41. Задачи до розділу II (задачи чч. 163—226)	151
§ 42. Де-які зауваження до другого розділу	164
а) рівняння дотичної до кола, визначеного алгебричним рівнянням — 164; б) відтинкове рівняння кола — 166	

РОЗДІЛ III.

Криві другого ступіня.

I ПАРАБОЛА.

§ 43. Парабола, яко геометричний осередок точок і основе її рівняння	167
а) вершкове рівняння парабол — 167; б) аналіза рівняння парабол — 169.	
§ 44. Визначення точок парабол та її креслення	170
§ 45. Інші форми рівняння парабол	174
а) зміна осі парабол — 174; б) загальне рівняння парабол — 175; в) елевачієне рівняння парабол — 176; г) тра- єкторія тіла, кинутого під кутом до позему — 177; д) від- тинкове рівняння парабол — 181.	

§ 46. Алгебричне рівняння параболі.....	183
а) умови, коли алгебричне рівняння 2-го ступеня від двох змінних є рівнянням параболі — 183; б) упорядковане алгебричне рівняння параболі — 187—188; в) перетворення загального рівняння параболі в алгебричне й навпаки — 189.	
Вправи до § 43—46 (задачи чч. 227—238)	189
§ 47. Взаємне положення простої та параболі	191
§ 48. Здружені поперечники параболі	197
§ 49. Поле відрізка параболі	201
Вправи до § 47—49 (задачи чч. 239—247)	208
§ 50. Рівняння дотичної, поведеної через дану точку параболі	209
§ 51. Властивості дотичної до параболі	213
§ 52. Прямова до параболі	215
§ 53. Довжина відтинків дотичної, прямої, піддотичної та підпрямої	215
§ 54. Креслення дотичної та прямої до параболі	216
§ 55. Дотична до параболі, поведена через точку по-за нею	218
§ 56. Будування дотичних, поведених з точки по-за параболою	219
§ 57. Бігункова до параболі	220
Вправи до § 50—57 (задачи ч.ч. 248—256)	222

II ЕЛІПСА ТА ГІПЕРБОЛА.

§ 58. Центрові рівняння еліпси та гіперболи	223
§ 59. Канонична форма рівнянь еліпси й гіперболи	226
§ 60. Аналіза каноничного рівняння еліпси	227
а) форма кривої — 227; б) осі симетрії — 228; в) ексцентриситет — 229.	
§ 61. Креслення еліпси	230
§ 62. Аналіза каноничного рівняння гіперболи	230
а) форма кривої — 230; б) осі симетрії — 231; в) ексцентриситет — 231.	
§ 63. Креслення гіперболи	232
§ 64. Порівняння рівнянь еліпси й гіперболи	233
§ 65. Обчислення первнів еліпси й гіперболи	233
а) обчислення лучів-векторів — 233; б) обчислення центрових віддалень (лучів) — 235; в) обчислення змінника (параметра) — 235.	

§ 66.	Вершкові рівняння еліпси й гіперболи	237
	а) вершкове рівняння еліпси — 238; б) вершкове рівняння гіперболи — 238.	
§ 67.	Узагальнення вершкового рівняння для всіх кривих другого ступіня	239
§ 68.	Інший спосіб трактування еліпси й гіперболи (директрита цих кривих)	239
§ 69.	Будування еліпси	243
§ 70.	Будування гіперболи	244
	Вправи до § 58—70 (задачі чч. 257—268)	246
§ 71.	Загальні рівняння еліпси й гіперболи	247
§ 72.	Алгебричні рівняння еліпси й гіперболи	249
§ 73.	Механичний спосіб перетворення алгебричного рівняння еліпси, або гіперболи в загальну форму	251
§ 74.	Положення простої що-до еліпси або гіперболи ..	252
§ 75.	Дотична до еліпси та гіперболи	257
	Рівняння дотичної до кожної кривої другого порядку	260
§ 76.	Властивості дотичної до еліпси	262
§ 77.	Властивості дотичної до гіперболи	263
§ 78.	Рівняння прямої (нормалі) до еліпси або гіперболи	265
§ 79.	Будування дотичних та прямих до еліпси й гіперболи	266
§ 80.	Дотична до еліпси або до гіперболи, поведена з точки по-за кривою	266
§ 81.	Збудування дотичної до еліпси та гіперболи, поведеної з точки по-за ними	268
	Вправи до § 71—81 (задачі 269—284)	270
§ 82.	Обчислення дотичної, піддотичної, прямої та підпрямової у еліпси й гіперболи	272
	а) еліпса — 272; б) гіперболи — 274.	
§ 83.	Поперечники еліпси й гіперболи	275
	а) властивість поперечника кривих з центром — 275; б) дотичні, поведені через кінці поперечника — 276; в) поперечник здружений з шерегом тятив — 277; г) взаємно здружені поперечники — 279; д) умова взаємної здруженості поперечників — 280, е) уявні (зовнішні) поперечники гіперболи — 281.	

§ 84. Де-які властивості поперечників еліпси й гіперболи	283
а) косини прямокутника, обведеного на еліпсі — 283;	
б) тятиви сповнення — 284; в) будування поперечника, здруженого з даним — 284; г) властивість взаємно прямих тятив сповнення — 285; д) прямокутник введений в еліпсу або гіперболу — 286; е) будування осей симетрії еліпси й гіперболи — 286; ж) зв'язок між значниками кінців здружених поперечників — 287; Поле трикутника, збудованого на здружених півпоперечниках — 289; одбутток здружених півпоперечників — 290.	
§ 85. Теорема Аполонія	290
а) перша теорема — 290; б) друга теорема — 291;	
§ 86. Поле еліпси	292
§ 87. Асимтоти гіперболи	295
а) рівняння асимптот — 295; б) креслення асимптот — 296;	
§ 88. Асимптотичне рівняння гіперболи	296
Здружені гіперболи	298
§ 89. Де-які властивості асимптот гіперболи	298
а) поле рівнобіжника, збудованого на асимптотах — 298;	
б) відтинки січної між обводом гіперболи та її асимптотами — 300; в) відтинок дотичної, замкнений поміж її асимптотами — 301; г) трикутники, збудовані на асимптотах — 301.	
§ 90. Рівнобічна гіпербола	302
а) її рівняння — 302; б) її асимптоти — 303; в) числовий її ексцентриситет — 303.	
Вправи до § 82—90 (задачі чч. 285—294)	303
§ 91. Криві другого ступіня, як перерізи стіжкової поверхні	305
а) аналітичний довід — 305; б) геометричні доводи: еліптичний переріз — 311; гіперболичний переріз — 312; параболічний переріз — 312.	
§ 92. Загальне рівняння другого ступіня від двох змінних (його геометрична інтерпретація)	314
Ознаки, що дають спроможність через сочинники рівняння $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$, судити про рід кривої, що це рівняння визначає	316
§ 93. Виразник (дискримінант) рівняння другого ступіня	318
§ 94. Задачі до розділу III (чч. 295—334)	320

РОЗДІЛ IV.

Косокутні й бігунові координати.

- § 95. Мет точки, кинений в даному напрямі 327
- § 96. Косокутні координати точки 328
- § 97. Віддалення в косокутніх координатах 329
- а) Задача 1: віддалення від початку координат — 329;
б) Задача 2: віддалення між двома точками — 329.
- § 98. Рівняння простої в косокутній системі координат 330
- а) каноничне рівняння — 330; б) кутовий змінник каноничного рівняння — 331; в) відтинкове рівняння — 331; г) пряме (нормальне) рівняння — 331; д) віддалення точки від простої — 332.
- § 99. Прямова форма алгебричного рівняння простої в косокутній системі координат 332
- § 100. Визначення кута спаду простої на вісь 333
- § 101. Кут між даними простими 334
- а) коли рівняння простої дано в каноничній формі — 334;
б) коли рівняння простої в алгебричній формі — 335;
в) умови рівнобіжності й прямої простих — 336;
г) рівняння простої, що переходить через дану точку, прямою до даної простої — 336.
- § 102. Поле трикутника через значники його вершків .. 336
- § 103. Перетворення косокутніх координат 338
- а) рівнобіжне перенесення — 338; б) перехід від косокутніх до косокутніх із спільним початком — 338; в) перехід від прямокутніх до косокутніх — 339; г) перехід від косокутніх до прямокутніх — 340.
- § 104. Рівняння кола в косокутній системі координат. . . 340
- а) центрове рівняння — 340; б) загальне рівняння — 341; в) алгебричне рівняння — 341.
- § 105. Бігунові координати 343
- а) рівняння простої — 343; б) віддалення поміж двома точками — 344; в) центрове рівняння кола — 344. г) загальне рівняння кола — 345.
- § 106. Рівняння кривої другого ступеня в бігунових координатах 345

ДОДАТОК.

Окремі геометричні осередки.

- § 107. Циклоїда 347
- § 108. Версієра Аньєзі-Фермата 349

§ 109. Конхоїда (мушля) Никомеда	350
§ 110. Цісоїда Діюкля	352
§ 111. Лемніската Бернуллі	355
§ 112. Крива Кассіні	358
§ 113. Спіраля Архимеда	361
§ 114. Слимак Паскаля	362
Кардіоїда	363
§ 115. Розета чотирилиста (квадратова)	364
Показчик взорів	367
Абетковий показчик змісту книги	393
Короткий термінологічний показчик	405
Зміст книги	411
