

Obsah

Předmluva	3
1 Objem tělesa.	7
1 Formulace problému	7
2 Existence a jednoznačnost	10
3 Odvození existence a jednoznačnosti	15
2 Dvojný integrál.	19
1 Násobná integrace	19
2 Cvičení	25
3 Integrály přes základní oblasti	26
4 Cvičení	37
3 Substituce v dvojném integrálu.	43
1 Geometrický význam determinantu	44
2 Jakobián	48
3 Cvičení	53
4 Trojný integrál.	61
1 Zavedení a definice	61
2 Substituce v trojném integrálu	66
3 Cvičení	68
5 Křivka a její délka	73
1 Motivace a základní pojmy	73
2 Délka křivky	77
3 Cvičení	82
6 Křivkový integrál funkce	87
1 Definice a způsob výpočtu	87
2 Cvičení	94
7 Křivkový integrál vektorového pole	99
1 Základní pojmy	99
2 Křivkový integrál jako práce	105
3 Křivkový integrál jako průtok	106
4 Cvičení	109

HAMHALTER, TIŠER: INTERGRÁLNÍ POČET

8 Plocha a její obsah	115
1 Definice plochy	115
2 Definice a výpočet obsahu plochy	117
3 Cvičení	127
9 Plošný integrál funkce	133
1 Definice a výpočet	133
2 Cvičení	138
10 Plošný integrál vektorového pole	145
1 Definice a výpočet	145
2 Plošný integrál jako průtok plochou	150
3 Cvičení	151
11 Integrální věty	157
1 Gaussova věta	157
2 Greenova věta	165
3 Stokesova věta	167
4 Cvičení	172
12 Potenciál vektorového pole	183
1 Definice a výpočet	183
2 Cvičení	191
Literatura	197



Obr. 1.1.

Tato otázka je obtížnější než by se na první pohled zdálo. Nemůžeme totiž začít s výpočtem, protože nevíme, co počítat. Potřebujeme definici objemu. Z elementární geometrie víme, co je objem kvádru, koule nebo kužele, ale nikdy jsme se tam nesetkali s tělesy obecnějšího typu. Stojí před námi tak dva úkolky:

- (i) definovat pojem „objem tělesa“
- (ii) najít způsob výpočtu jeho velikosti.

Postup, který zvolíme, bude poněkud odlišný od standardních přístupů. Nicméně jeho logická jasnost a elegance jsou výhody, které ho ční snadnějším pro pochopení.

Začneme s přesnou formulací problému. Nechť $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ je spojitá nezáporná funkce dvou proměnných a nechť

$$I = (a_1, b_1) \times (a_2, b_2)$$

je dvouzměrný interval. (I nemá mít jiného než uzavřený obdélník.) V dalším textu budeme často místo termínu „dvouzměrný interval“ používat kratší „obdélník“. Množina