

Inhaltsverzeichnis

ERSTES KAPITEL

Einführende Sätze

A. Raum- und Oberflächenintegrale; der Greensche Integralsatz	1
§ 1. Verwandlung eines Raumintegrals in ein Oberflächenintegral	1
§ 2. Formeln von Green	4
§ 3. Zusätzliche Bemerkungen	6
§ 4. Ein zweiter Integralsatz	10
B. Transformationen des Laplaceschen Operators	15
§ 5. Vertauschung der Veränderlichen im Laplaceschen Operator durch eine orthogonale Substitution	15
§ 6. Der Laplacesche Operator in Polarkoordinaten	17
§ 7. Elliptische Koordinaten	19
§ 8. Der Laplacesche Operator in elliptischen Koordinaten	22
§ 9. Elliptische Funktionen	24
§ 10. Der Laplacesche Operator in elliptischen Funktionen	26

ZWEITES KAPITEL

Kugelfunktionen

§ 1. Harmonische Funktionen	28
§ 2. Kugelfunktionen	28
§ 3. Die Fundamentalfunktionen	30
§ 4. Die Kugelfunktion $X_n^{(0)}$	32
§ 5. Die Kugelfunktion $Q_n^{(0)}$ zweiter Art	33
§ 6. Die Kugelfunktion $X_n^{(p)}$	35
§ 7. Eine andere Definition der Kugelfunktion	38
§ 8. Die englische Einteilungsweise der Kugelfunktionen	40
§ 9. Eine bemerkenswerte Potenzreihe	41
§ 10. Integralsätze	42
§ 11. Entwicklung einer Funktion zweier Veränderlicher in eine Reihe nach allgemeinen Kugelfunktionen	45

DRITTES KAPITEL

Lamésche Funktionen

§ 1. Transformation von Polynomen rechtwinkliger Koordinaten in Polynome elliptischer Koordinaten	47
§ 2. Umkehrung der vorigen Aufgabe	49
§ 3. Definition der Laméschen Funktion	51

§ 4. Aufstellung der Differentialgleichungen	53
§ 5. Die Lamésche Differentialgleichung	54
§ 6. Partikuläre Lösungen der Laméschen Differentialgleichung	56
§ 7. Die Laméschen Funktionen vom Grade n	60
§ 8. Die Laméschen Funktionen für $n = 0, 1, 2$	60
§ 9. Übersicht	63
§ 10. Die Lamésche Funktion zweiter Art	64
§ 11. Die Analogie zwischen den Laméschen und Kugelfunktionen	66
§ 12. Der Grenzfall des verlängerten Rotationsellipsoids ($b = a$)	68
§ 13. Die Funktionen M und N für $b = a$	70
§ 14. Der Grenzfall des abgeplatteten Rotationsellipsoids ($b = c$)	75
§ 15. Übersicht zu den Grenzfällen	77
§ 16. Die Lamésche Funktion zweiter Art für $b = a$	77
§ 17. Ein Integralsatz	78
§ 18. Die Richtungskosinus der Normalen an das Ellipsoid	80
§ 19. Die Entwicklung einer Ortsfunktion $F(\mu, \nu)$ am Ellipsoid in eine Reihe	81
§ 20. Ein zweiter Integralsatz	83
§ 21. Die Nullstellen der ganzen, rationalen Funktion $f(\varrho^2)$	84

VIERTES KAPITEL

Anziehung und Potential

§ 1. Anziehung und Potential getrennter Massenpunkte	87
§ 2. Anziehung und Potential von Körpern	88
§ 3. Anziehung und Potential von materiellen Flächen	90
§ 4. Eine bemerkenswerte Form von Gauß für das Raumpotential	91
§ 5. Allgemeine Sätze über das Raumpotential	93
§ 6. Niveauflächen	98
§ 7. Das Umkehrproblem der Potentialtheorie	99
§ 8. Harmonische Funktionen	101
§ 9. Prinzip von Dirichlet	104
§ 10. Bestimmung einer harmonischen Funktion aus Randwerten	107
§ 11. Die erste Greensche Funktion	108
§ 12. Die erste Greensche Funktion für die Kugel	110
§ 13. Die zweite Greensche Funktion	113
§ 14. Die Randwertaufgaben der Potentialtheorie	116
§ 15. Poincarés Fundamentalfunktionen	118
§ 16. Die erste Randwertaufgabe für die Kugel	124
§ 17. Die erste Randwertaufgabe für das dreiachsige Ellipsoid	126
§ 18. Potential einer Kugelschale	128
§ 19. Potential einer Ellipsoidschale	129

FÜNFTES KAPITEL

Das homogene Ellipsoid

§ 1. Poincarés Maßsystem	131
§ 2. Anziehung und Potential des homogenen Ellipsoids nach Dirichlet	132

§ 3. Diskussion	138
§ 4. Das abgeplattete Rotationsellipsoid	141
§ 5. Anziehung des homogenen Ellipsoids nach Poincaré	142

SECHSTES KAPITEL

Einleitende Sätze zur Lehre von den Gleichgewichtsfiguren

§ 1. Ruhende Flüssigkeiten	146
§ 2. Ruhende homogene Flüssigkeiten	147
§ 3. Rotierende Flüssigkeiten	148
§ 4. Rotierende homogene Flüssigkeiten	152
§ 5. Mathematische Formulierung der Aufgabe	153
§ 6. Transformationen der Aufgabe	156
§ 7. Symmetrie der Gleichgewichtsfiguren zur Äquatorebene	159
§ 8. Eine obere Schranke für die Winkelgeschwindigkeit	160

SIEBENTES KAPITEL

Die Ellipsoide von Maclaurin und Jacobi

§ 1. Der mathematische Ansatz zur Lösung der Aufgabe	162
A. Die Ellipsoide von Maclaurin	164
§ 2. Das abgeplattete Rotationsellipsoid	164
§ 3. Maclaurins Ellipsoide	165
§ 4. Die Gleichung $h = h(l)$	166
§ 5. Anwendung auf die Erde	170
B. Die Ellipsoide von Jacobi	170
§ 6. Das dreiachsige Ellipsoid	170
§ 7. Die Gleichung $g(s, t) = 0$	174
§ 8. Die Gleichung $h = h(s, t)$	178
§ 9. Die dem Maximum von $h(s, t)$ entsprechenden Werte h_0 und t_0	181
§ 10. Jacobis Ellipsoide	184
§ 11. Anwendung auf die Erde	185
§ 12. Die linearen Reihen der Maclaurinschen und Jacobischen Ellipsoide	188
C. Erweiterung der Aufgabe durch Poincaré	193
§ 13. Die Gleichgewichtsbedingung für Ellipsoide in Laméschen Funktionen	193
§ 14. Die Bedingungsgleichungen für die den Ellipsoiden benachbarten Gleichgewichtsfiguren	197
§ 15. Diskussion der Bedingungsgleichungen	205
§ 16. Die Verzweigungsellipsoide in der linearen Reihe der Jacobischen Ellipsoide	210
§ 17. Die Verzweigungsellipsoide in der linearen Reihe der Maclaurinschen Ellipsoide	213

ACHTES KAPITEL

Die den Ellipsoiden benachbarten Gleichgewichtsfiguren

A. Einige den Jacobischen Ellipsoiden benachbarte Gleichgewichtsfiguren	217
§ 1. Poincarés Figuren für $n = 3$ und $n = 4$	217
§ 2. Verallgemeinerung	222
§ 3. Berechnung der Verzweigungsellipsoide für $n > 2$ in der linearen Reihe der Jacobischen Ellipsoide	223
§ 4. Berechnung der Verzweigungsellipsoide für $n = 3$ und $n = 4$	231
§ 5. Berechnung der birnenförmigen Gleichgewichtsfigur ($n = 3$)	234
§ 6. Berechnung der beiden Gleichgewichtsfiguren für $n = 4$	240
§ 7. Zusätzliche Bemerkungen	244
B. Die den Maclaurinschen Ellipsoiden benachbarten Gleichgewichtsfiguren	245
§ 8. Poincarés Figuren in der Umgebung der Maclaurinschen Ellipsoide	245
§ 9. Maclaurinsche Ellipsoide, in denen Ellipsoide anschließen	248
§ 10. Berechnung der Verzweigungsellipsoide und der ihnen benachbarten Gleichgewichtsfiguren für $n > 2$ in der Reihe der Maclaurinschen Ellipsoide	251
§ 11. Die Stabilitätsfrage	252

NEUNTES KAPITEL

Das Problem von Clairaut

§ 1. Verallgemeinerung des Satzes von Stokes über die Vieldeutigkeit des Umkehrproblems	256
§ 2. Ein Satz von Wavre über die Unveränderlichkeit der Winkelgeschwindigkeit	257
§ 3. Voraussetzungen	259
§ 4. Die Gleichgewichtsbedingung	259
§ 5. Die Veränderlichkeit der Abplattung mit der Tiefe	263
§ 6. Die Clairautsche Differentialgleichung	265
§ 7. Die vom Dichtegesetz zu erfüllenden Bedingungen	266
§ 8. Das Integral der Clairautschen Differentialgleichung	268
§ 9. Transformationen der Clairautschen Differentialgleichung	272
§ 10. Folgerungen aus Radaus Transformation	274
§ 11. Schlüsse auf die isostatische Massenanordnung im Erdinnern	280
§ 12. Legendres Dichtegesetz	281
§ 13. Die Dichtegesetze von Lévy, Lipschitz und Roche	282
§ 14. Die physikalische Deutung der Dichtefunktionen von Legendre und Roche	284
§ 15. Das Theorem von Saigey	286

ZEHNTE KAPITEL

Entwicklung des Potentials in eine nach Kugelfunktionen fortschreitende Reihe

§ 1. Existenz der Entwicklung	287
§ 2. Die Differenzierbarkeit der Reihe	290
§ 3. Durchführung der Entwicklung	292

§ 4. Berechnung der Kugelfunktion Y_2	296
§ 5. Potential eines Rotationskörpers	298
§ 6. Potential des homogenen Rotationsellipsoids im Außenraum der Masse .	299

ELFTES KAPITEL

Das Problem von Bruns

A. Die Niveaulächen der Erde	303
§ 1. Kräftefunktion und Niveaulächen	303
§ 2. Pizzettis Nachweis von der Geschlossenheit der Niveaulächen .	306
§ 3. Orthometrische und dynamische Höhen	310
§ 4. Die analytischen Bestandteile der Niveaulächen	315
§ 5. Die Krümmung der Niveaulächen und Schwerkraftlinien	318
§ 6. Die Meridiane und Parallelen der Niveaulächen	329
§ 7. Zusammenfassung	332
B. Geoid und Niveausphäroid	333
§ 8. Bruns' mathematische Formulierung des Begriffs Erdfigur	333
§ 9. Bruns' Niveausphäroid	337
§ 10. Clairauts Theorem	340
§ 11. Vergleich des Niveausphäroids von Rotationsform mit dem abgeplatteten Rotationsellipsoid	344
§ 12. Zur Frage nach der sogenannten Erdabplattung	345
§ 13. Das Theorem von Bruns	346
C. Lotablenkungen	348
§ 14. Einleitende Bemerkungen zur Lehre von den Lotablenkungen . . .	348
§ 15. Lotablenkungen mit dem Niveausphäroid als Bezugsfläche	349
§ 16. Bruns' Formel zur Berechnung der Undulationen aus Lotablenkungen	351
§ 17. Die übliche Berechnung der Lotablenkungen	355
§ 18. Poincarés Verschärfung des Begriffs Lotablenkung	357
§ 19. Vorbereitende Formeln	361
§ 20. Die Lotablenkungen auf einem Meridianbogen	370
D. Schwerkraftstörungen	375
§ 21. Störungen in der Intensität der Schwerkraft	375
§ 22. Der Term von Bruns	381
§ 23. Das Problem von Stokes	383
§ 24. Das Problem von Stokes als dritte Randwertaufgabe	387
E. Das Geoid als Lösung einer Randwertaufgabe	392
§ 25. Die Reduktion der beobachteten Schwerkraftwerte auf das Geoid .	392
§ 26. Preys Reduktionsverfahren	394
§ 27. Rudzkis Reduktionsverfahren	397
§ 28. Lösung der zweiten Randwertaufgabe für den Außenraum des Geoids nach Stokes	403
§ 29. Rudzkis Verfahren zur Bestimmung des Geoids	406
§ 30. Poincarés Verfahren zur Bestimmung des Geoids	411
§ 31. Die besondere Randwertaufgabe der Geodäsie	417
§ 32. Ein drittes Verfahren zur Bestimmung des Geoids	423
§ 33. Verallgemeinerung	424
Namen- und Sachregister	430