

Inhaltsverzeichnis.

Erster Abschnitt.

Die einfachen Fälle der Beanspruchung gerader stabförmiger Körper durch Normalspannungen (Dehnungen).

Einleitung.

	Seite
§ 1. Formänderung. Spannung	1
§ 2. Dehnung. Dehnungszahl. Proportionalitätsgrenze	3
§ 3. Fließgrenze. Bruchbelastung. Zugfestigkeit. Querschnittsverminderung. Bruchdehnung. Arbeitsvermögen	8
§ 4. Längenänderungen verschiedener Stoffe. Gesamte, bleibende und federnde Längenänderungen. Elastizitätsgrenze.	
1. Versuche mit Gußeisen	19
2. „ „ Flußeisen	46
3. „ „ Flußstahl	54
4. „ „ Kupfer	59
5. „ „ Bronze	63
6. „ „ Messing	67
7. „ „ Leder	68
8. „ „ Gummi	71
9. „ „ Zement, Zementmörtel, Beton	84
10. „ „ Granit	90
11. „ „ Marmor	92
12. „ „ Sandstein	96
13. „ „ Kiefernholz	96
14. „ „ Eschenholz	98
§ 5. Gesetz der Längenänderungen usw.	
1. Gesetz der Längenänderungen	99
2. Maß der Vollkommenheit und der Größe der Elastizität	103
3. Allgemeinere Gesetzmäßigkeit der elastischen Dehnung	104
4. Einfluß der Zeit. Elastische Nachwirkung	110

I. Zug.

§ 6. Gleichungen der Zugelastizität und Zugfestigkeit.	
1. Stab mit gleichem Querschnitt	113
2. Stab mit veränderlichem Querschnitt	115
3. Beispiel der Zugelastizität mit Rücksicht auf den Einfluß der Temperatur	118
§ 7. Maß der Zusammenziehung. Kräfte senkrecht zur Stabachse. Ge- hinderte Zusammenziehung	122
§ 8. Zugproben	125
Probestäbe und deren Einspannung	125
Einrichtungen zum Messen der Längenänderungen bei Zug und Druck	127
Brucherscheinungen	141
Bruchdehnung	146

	Seite
§ 9. Einfluß der Form des Stabes	151
1. Einfluß der Stabform, die der Querschnittsverminderung (Zusammenziehung) hinderlich ist	153
2. Einfluß der Länge und des Durchmessers	161
3. Einfluß der Querschnittsform	162
§ 10. Versuchsergebnisse über den Einfluß der Zeit auf Festigkeit, Dehnung und Querschnittsverminderung. Einfluß der Temperatur und der Behandlung des Materials.	
1. Einfluß der Zeit	168
2. Einfluß der Temperatur	173
3. Einfluß der Behandlung des Materials	181

II. Druck.

§ 11. Formänderung. Druckfestigkeit	193
§ 12. Gleichungen der Druckelastizität und Druckfestigkeit	197
§ 13. Druckversuche. Einfluß der Gestalt des Körpers auf die Druckfestigkeit	199
1. Die Belastung trifft die ganze Stirnfläche des Probekörpers	200
2. Die Belastung trifft unmittelbar nur einen Teil der Querschnittsfläche des Probekörpers	213
3. Die Belastung trifft einen Körper mit gewölbter Oberfläche (Kugel, Zylinder)	217
§ 14. Hinderung der Querdehnung	228
§ 15. Theorien der Druckfestigkeit	230

III. Biegung.

§ 16. Gleichungen der Biegungsanstrengung und der elastischen Linie unter der Voraussetzung, daß der Stabquerschnitt symmetrisch ist und daß die Ebene des Kräftepaares in die Symmetrieebene des Stabes fällt	232
§ 17. Trägheitsmomente	237
1. Rechteck	238
2. Dreieck	238
3. Kreis	239
4. Ellipse	239
5. Zusammengesetzte Querschnitte.	
a) Rechnerische Bestimmung	240
b) Zeichnerische Bestimmung	241
c) Ermittlung durch Instrumente	243
6. Zusammenstellung	244
§ 18. Fälle bestimmter Belastungen.	
1. Der Stab ist an dem einen Ende eingespannt, am freien Ende mit P belastet	246
2. Der Stab liegt beiderseits auf Stützen	247
3. Der Stab ist beiderseits wagrecht eingespannt	251
4. Der Stab werde als senkrecht stehende, an den Enden frei beweglich gelagerte und mit n Umdrehungen in der Minute umlaufende Welle angenommen	254
§ 19. Körper von gleichem Widerstande	255
1. Der Stab mit rechteckigem Querschnitt von gleicher Breite ist einerseits eingespannt, am anderen, freien Ende belastet	256
2. Der Stab wie unter 1, jedoch von konstanter Höhe h	257
3. Der Stab liegt beiderseits auf Stützen und ist zwischen beiden belastet	258

	Seite
§ 20. Die bei der Entwicklung der Gleichungen in § 16 gemachten Voraussetzungen und ihre Zulässigkeit. Der durch Biegung in Anspruch genommene Stab auf Grund des Gesetzes $\varepsilon = \alpha \sigma^m$	259
1. Die äußeren Kräfte ergeben nur ein Kräftepaar	263
2. Die Fasern üben einen gegenseitigen Einfluß aufeinander nicht aus	263
3. Die Querschnitte bleiben eben	266
4. Der Stabquerschnitt ist symmetrisch	267
5. Die Dehnungszahl ist unveränderlich. Der gebogene Stab auf Grund des Gesetzes $\varepsilon = \alpha \cdot \sigma^m$	271
6. Zusammenfassung	280
§ 21. Biegungsanstrengung und Durchbiegung unter der Voraussetzung, daß die Ebene des Kräftepaares keine der beiden Hauptachsen des Querschnittes in sich enthält.	
1. Hauptachsen. Hauptträgheitsmomente	281
2. Biegungsanstrengung	283
3. Durchbiegung	285
§ 22. Biegungsversuche.	
1. Biegungsversuche im allgemeinen	286
2. Abhängigkeit der Biegungsfestigkeit des Gußeisens von der Querschnittsform	291
3. Durchbiegung und Festigkeit von Gußeisen bei quadratischem und kreisförmigem Querschnitt	295
4. Einfluß der Gußhaut	297
5. Versuche zur Klarstellung des Zusammenhanges zwischen Zug- und Biegungsfestigkeit usw.	
A. Gußeisen	298
B. Kiefernholz	305

IV. Knickung.

§ 23. Wesen der Knickung	308
§ 24. Knickbelastung	310
a) Eulersche Gleichung	310
b) Voraussetzungen der Eulerschen Gleichung und Erweiterung des Geltungsbereiches der letzteren	314
§ 25. Zulässige Belastung gegenüber Knickung bei Wahl einer Sicherheitszahl	317
§ 26. Naviersche (Schwarzsche) Knickungsformel	323
§ 27. Knickungsversuche	327
1. Versuche von Bauschinger	328
2. Versuche von v. Tetmajer	331
3. Neuere Versuche	332

Zweiter Abschnitt.

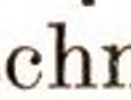
Die einfachen Fälle der Beanspruchung gerader stabförmiger Körper durch Schubspannungen (Schiebungen).

Einleitung.

§ 28. Schiebung	333
§ 29. Schubspannung. Schubzahl	335
§ 30. Paarweises Auftreten der Schubspannungen	337

- § 31. Schiebungen und Dehnungen. Schubzahl und Dehnungszahl.
 1. Mit der Schiebung verknüpfte Dehnung und deren größter Wert 339
 2. Beziehung zwischen Dehnungszahl und Schubzahl 341

V. Drehung.

- § 32. Stab von kreisförmigem Querschnitt 344
 § 33. Stab von elliptischem Querschnitt.
 1. Formänderung 349
 2. Schubspannungen 350
 § 34. Stab von rechteckigem Querschnitt.
 1. Formänderung 355
 2. Schubspannungen 357
 3. Gehinderte Ausbildung der Querschnittswölbung 364
 § 35. Drehungsversuche.
 1. Abhängigkeit der Drehungsfestigkeit des Gußeisens von der Querschnittsform 365
 2. Versuche mit Stahl 382
 3. Versuche zur Ermittlung der Drehungsfestigkeit von Hohlzylindern aus Flußeisen 383
 4. Versuche zur Ermittlung des Einflusses von Schlitzern bei Hohlzylindern aus Flußeisen 384
 5. Versuche mit Stahlrohren zur Ermittlung des Einflusses kleiner Bohrungen 386
 6. Versuche mit Beton- und Eisenbetonkörpern 392
 7. Versuche mit Rundstäben und mit Schrauben aus Schweiß- und Flußeisen 392
 8. Drehungswinkel 393
 § 36. Zusammenfassung 396
 Kreis, Ellipse, Sechseck, Rechteck, Trapez, Dreieck, -Querschnitt, Kreuzquerschnitt, -Querschnitt, Winkelquerschnitt.

VI. Schub.

- § 37. Allgemeines. Schubanstrengung unter der Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung der Schubspannungen über den Querschnitt . . . 400
 § 38. Schubspannungen im rechteckigen Stabe 401
 § 39. Schubspannungen im prismatischen Stabe von beliebigem, jedoch hinsichtlich der Kraftebene symmetrischem Querschnitt 404
 § 40. Schubversuche 411

Dritter Abschnitt.

Formänderungsarbeit gerader stabförmiger Körper bei Beanspruchung auf Zug, Druck, Biegung, Drehung oder Schub.

- § 41. Arbeit der Längenänderung 418
 § 42. Arbeit der Biegung 421
 § 43. Arbeit der Drehung 424
 § 44. Arbeit der Schiebung 429

Vierter Abschnitt.

Zusammengesetzte Beanspruchung gerader stabförmiger Körper.**VII. Beanspruchung durch Normalspannungen (Dehnungen).****Zug, Druck und Biegung.**

Seite

- § 45. Allgemeines. Der Stab ist nur durch Kräfte beansprucht, die in Richtung seiner Achse wirken.
- Allgemeines 430
- Der einerseits befestigte prismatische Stab wird durch eine zur Stabachse parallele, jedoch exzentrisch zu ihr gelegene Kraft P belastet.
1. Die Kraft wirkt ziehend 432
2. Die Kraft wirkt drückend 433
- a) Der Stab ist schlank und der Hebelarm a klein 434
- b) Der Stab ist schlank und der Hebelarm a im Verhältnis zu den Abmessungen des Querschnittes groß 437
- c) Die Querschnittsabmessungen des Körpers sind im Vergleich zur Länge desselben und zur Größe des Hebelarmes so bedeutend, daß eine Biegung von Erheblichkeit nicht eintritt . . 437
- § 46. Einfluß von Kräften, die in Richtung der Stabachse oder parallel zu ihr wirken, während der Stab durch Querkräfte durchgebogen wird.
1. Einfluß des Widerstandes beim Gleiten der Oberfläche des beiderseits gelagerten und in der Mitte durch P belasteten Stabes gegenüber den Stützen infolge der Durchbiegung 440
2. Der an den Enden drehbar befestigte und hier durch Zugkräfte gespannte prismatische Stab wird durch die gleichmäßig über ihn verteilte Querkraft $Q = p l$ belastet 443
3. Ein dünner Stab ist um eine Rolle geschlungen und durch Zugkräfte belastet 446

VIII. Beanspruchung durch Schubspannungen (Schiebungen).

- § 47. Schub und Drehung 449
1. Kreisquerschnitt 449
2. Kreisringquerschnitt von geringer Wandstärke 450
3. Rechteckiger Querschnitt 450

IX. Beanspruchung durch Normalspannungen (Dehnungen) und Schubspannungen (Schiebungen).

- § 48. Größte Anstrengung bei gleichzeitig vorhandener Dehnung (Normalspannung) und Schiebung (Schubspannung).
1. Begriff der zulässigen Anstrengung des Materials 451
2. Ermittlung der größten Anstrengung 458
- § 49. Zug (Druck) und Drehung 464
- § 50. Biegung und Drehung 465
1. Kreisquerschnitt 466
2. Elliptischer Querschnitt.
- a) Die Ebene des biegenden Kräftepaares läuft parallel zur kleinen Achse der Ellipse 466
- b) Die Ebene des biegenden Kräftepaares läuft parallel zur großen Achse der Ellipse 466

	Seite
3. Rechteckiger Querschnitt.	
a) Die Ebene des biegenden Kräftepaares läuft parallel zur kurzen Seite des Rechtecks	468
b) Die Ebene des biegenden Kräftepaares läuft parallel zur langen Seite des Rechtecks	468
c) Die Ebene des biegenden Kräftepaares hat keine der beiden unter a) und b) bezeichneten Lagen	468
§ 51. Zug (Druck) und Schub	469
§ 52. Biegung und Schub.	
1. Anstrengung des Materials	470
a) Kreisquerschnitt	471
b) Rechteckiger Querschnitt	477
c) I -Querschnitt	478
2. Formänderung.	
a) Im allgemeinen	479
b) Durchbiegung mit Rücksicht auf die Schubkraft	484
§ 53. Frage der Einspannung eines Stabes	493

Fünfter Abschnitt.

Stabförmige Körper mit gekrümmter Mittellinie.

I. Die Mittellinie ist eine einfach gekrümmte Kurve, ihre Ebene Ort der einen Hauptachse sämtlicher Stabquerschnitte sowie der Richtungslinien der äußeren Kräfte.	
§ 54. Dehnung. Spannung. Krümmungshalbmesser	502
1. Anstrengung des Materials	504
2. Werte von $\varkappa = -\frac{1}{f} \int \frac{\eta}{r + \eta} df$ für verschiedene Querschnitte.	
a) Rechteck	510
b) Kreis, Ellipse	513
c) Trapez	514
d) Dreieck	515
e) Zusammengesetzte Querschnitte	515
3. Krümmungshalbmesser	517
4. Änderung der Koordinaten der Mittellinie	518
5. Zeichnerisches Verfahren zur Ermittlung der Formänderung .	522
Nachtrag hierzu	682
6. Ermittlung der Formänderung, wenn die Dehnungszahl α veränderlich ist	537
§ 55. Fälle bestimmter Belastungen.	
1. Offener Haken trägt eine Last Q	538
2. Hohlzylinder, der als Walze dient, ist auf die Längeneinheit durch den Druck $2Q$ belastet	541
§ 56. Versuchsergebnisse.	
1. Versuche mit Hohlzylindern	546
2. Versuche und Darlegungen zur Frage der Spannungsverteilung über die Querschnitte gekrümmter stabförmiger Körper . . .	550
Schlußbemerkung	558
3. Versuche zur Prüfung der Anwendbarkeit der Gleichung 8, § 54 auf Körper mit scharfen oder abgerundeten Ecken	560

II. Die Mittellinie ist eine doppelt gekrümmte Kurve.

§ 57.	Die gewundenen Drehungsfedern	564
	1. Die zylindrischen Schraubenfedern	565
	2. Die Kegelfedern	568

Sechster Abschnitt.

Hohlkörper. Gefäße.

§ 58.	Hohlzylinder.	
	1. Innerer und äußerer Druck	571
	2. Innerer Überdruck	576
	3. Äußerer Überdruck	584
§ 59.	Hohlkugel	587
	1. Innerer Überdruck	587
	2. Äußerer Überdruck	588

Siebenter Abschnitt.

Plattenförmige Körper.

§ 60.	Ebene kreisförmige Platte (Scheibe)	590
	1. Ermittlung der Anstrengung auf dem Wege der Rechnung . .	590
	2. Vergleichung der Voraussetzungen, die bei den unter Ziff. 1 durchgeführten Rechnungen gemacht worden sind, mit den tatsächlichen Verhältnissen	603
	3. Versuchsergebnisse	605
	4. Näherungsweg zur Ermittlung der Anstrengung	610
§ 61.	Ebene elliptische Platte	613
§ 62.	Ebene quadratische Platte	622
§ 63.	Ebene rechteckige Platte	625
§ 64.	Versuchsergebnisse	628
	1. Verlauf der Bruchlinie. Sonstiges Verhalten	630
	2. Gesetz der Widerstandsfähigkeit	634
	3. Schlußbemerkung	635

Achter Abschnitt.

Durch die Fliehkraft beanspruchte Körper.

§ 65.	Ring und Arm.	
	1. Der frei umlaufende Ring	636
	2. Der frei umlaufende Arm	638
§ 66.	Umlaufende Scheiben.	
	1. Die Scheibe gleicher Festigkeit	639
	2. Die Scheibe von gleicher Dicke	641
	3. Die Wirkung von Kräften (Spannungen), die am Rand der Scheibe von gleicher Dicke angreifen	646
	4. Kranz und Nabe	648

Neunter Abschnitt.

**Allgemeine Beziehungen über Spannungen und Formänderungen
im Innern eines elastischen Körpers.**

	Seite
§ 67. Spannungen in einem beliebigen Punkte eines festen Körpers.	
1. Begriff der Normal- und Tangential- oder Schubspannung . . .	654
2. Spannungen in drei zueinander senkrechten Ebenen	655
3. Gleichgewicht der Kräfte an einem unendlich kleinen Parallel- epiped	657
4. Gleichgewicht der Kräfte an einem unendlich kleinen Tetraeder	661
5. Geometrische Darstellung der Spannungen	662
6. Hauptspannungen	664
§ 68. Formänderungen in einem beliebigen Punkte eines festen Körpers.	
1. Die Dehnungen nach einer beliebigen Richtung als Funktion von den Dehnungen dreier ursprünglich zueinander senkrechten Richtungen und von Änderungen der Winkel dreier ursprüng- lich sich rechtwinklig schneidenden Ebenen	666
2. Darstellung der Formänderung	669
3. Sätze über die Formänderung	671
§ 69. Beziehungen zwischen Spannungen und Formänderungen	672
1. Die Hauptdehnungen und die Hauptspannungen	673
2. Spannungen und Formänderungen für drei beliebige, zuein- ander senkrecht stehende Richtungen	676
3. Bedeutung der Größe β	677
§ 70. Allgemeine Aufgabe der Elastizitätslehre und Weg zur Lösung der- selben	677
§ 71. Anwendung auf den Sonderfall der Belastung eines geraden stab- förmigen Körpers	679
Nachtrag zu dem S. 522 u. f. angeführten zeichnerischen Verfahren . . .	682
Bedeutung der in den Gleichungen auftretenden Buchstabengrößen . . .	684