

# Obsah

|  |           |
|--|-----------|
| Předmluva  | 9         |
| <b>1 Základní pojmy</b>                            | <b>11</b> |
| 1.1 Definice grafu . . . . .                       | 11        |
| 1.2 Orientované a neorientované grafy . . . . .    | 14        |
| 1.3 Důležité množiny hran a vrcholů . . . . .      | 15        |
| 1.4 Porovnávání grafů . . . . .                    | 17        |
| 1.5 Sledy a odvozené pojmy . . . . .               | 19        |
| 1.6 Speciální grafy . . . . .                      | 21        |
| 1.7 Kořenový strom . . . . .                       | 21        |
| 1.8 Matice popisující graf . . . . .               | 24        |
| 1.9 Způsoby zadávání grafů . . . . .               | 25        |
| 1.10 Zpracování grafů na počítači . . . . .        | 27        |
| 1.11 Optimalizační úlohy . . . . .                 | 31        |
| 1.12 Množiny, relace a zobrazení . . . . .         | 32        |
| <b>2 Aplikace úloh o cestách</b>                   | <b>37</b> |
| 2.1 Druhy modelů a úloh . . . . .                  | 37        |
| 2.2 Změny stavů a posloupnosti operací . . . . .   | 38        |
| 2.3 Paralelně probíhající činnosti . . . . .       | 41        |
| 2.4 Hledání statických konfigurací . . . . .       | 44        |
| <b>3 Prohledávání grafů</b>                        | <b>47</b> |
| 3.1 Značkování vrcholů . . . . .                   | 47        |
| 3.2 Prohledávání grafu do šířky . . . . .          | 49        |
| 3.3 Prohledávání grafu do hloubky . . . . .        | 52        |
| <b>4 Pojmy založené na neorientovaných cestách</b> | <b>57</b> |
| 4.1 Souvislost . . . . .                           | 57        |
| 4.2 Stromy a kostry . . . . .                      | 58        |
| 4.3 Minimální kostra . . . . .                     | 61        |
| 4.4 Stupně souvislosti . . . . .                   | 65        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| <b>5</b>  | <b>Pojmy založené na orientovaných cestách</b>  | <b>67</b>  |
| 5.1       | Silná souvislost . . . . .                      | 67         |
| 5.2       | Acyklické grafy . . . . .                       | 73         |
| 5.3       | Kořen a kořenový strom . . . . .                | 77         |
| 5.4       | Tranzitivní uzávěr a redukce . . . . .          | 79         |
| 5.5       | Jádro grafu a hry . . . . .                     | 83         |
| <b>6</b>  | <b>Nejkratší cesty</b>                          | <b>85</b>  |
| 6.1       | Typy úloh a základní fakta . . . . .            | 85         |
| 6.2       | Základní schéma výpočtu vzdáleností . . . . .   | 89         |
| 6.3       | Algoritmy pro obecné grafy . . . . .            | 94         |
| 6.4       | Algoritmy pro acyklické grafy . . . . .         | 98         |
| 6.5       | Nezáporné délky hran . . . . .                  | 100        |
| 6.6       | Využití dodatečné informace . . . . .           | 102        |
| 6.7       | Výpočet matice vzdáleností . . . . .            | 103        |
| 6.8       | Hledání cyklů se zápornou délkou . . . . .      | 106        |
| <b>7</b>  | <b>Algebraické souvislosti úloh o sledech</b>   | <b>109</b> |
| 7.1       | Polookruh a uzavřený polookruh . . . . .        | 110        |
| 7.2       | Úlohy o spojeních a jejich aplikace . . . . .   | 114        |
| 7.3       | Algoritmy úloh o spojeních . . . . .            | 119        |
| 7.4       | Elementární úpravy grafu . . . . .              | 122        |
| 7.5       | Signální toky . . . . .                         | 126        |
| <b>8</b>  | <b>Toky v síti</b>                              | <b>129</b> |
| 8.1       | Základní pojmy a úlohy . . . . .                | 129        |
| 8.2       | Aplikace toků v sítích . . . . .                | 134        |
| 8.3       | Maximální tok a minimální řez . . . . .         | 139        |
| 8.4       | Přípustná cirkulace . . . . .                   | 146        |
| 8.5       | Obecné vlastnosti toků . . . . .                | 149        |
| 8.6       | Nejlevnější cirkulace . . . . .                 | 152        |
| 8.7       | Algoritmus Out of Kilter . . . . .              | 154        |
| <b>9</b>  | <b>Párování</b>                                 | <b>161</b> |
| 9.1       | Základní pojmy, úlohy a aplikace . . . . .      | 161        |
| 9.2       | Párování v obecných grafech . . . . .           | 163        |
| 9.3       | Párování v bipartitních grafech . . . . .       | 167        |
| 9.4       | Přiřazovací úloha . . . . .                     | 171        |
| <b>10</b> | <b>Eulerovské tahy</b>                          | <b>177</b> |
| 10.1      | Základní pojmy a aplikace . . . . .             | 177        |
| 10.2      | Existence a hledání eulerovských tahů . . . . . | 179        |
| 10.3      | Úloha čínského pošťáka . . . . .                | 182        |

|  |            |
|--|------------|
| <b>11 NP-těžké úlohy</b>                                   | <b>185</b> |
| 11.1 Časová složitost . . . . .                            | 185        |
| 11.2 Backtracking . . . . .                                | 189        |
| 11.3 Metoda větví a mezí . . . . .                         | 191        |
| 11.4 Heuristické algoritmy . . . . .                       | 196        |
| <b>12 Hamiltonovské cesty a kružnice</b>                   | <b>197</b> |
| 12.1 Základní pojmy, aplikace a vzájemné převody . . . . . | 197        |
| 12.2 Vzájemné převody úloh . . . . .                       | 199        |
| 12.3 Existenční hamiltonovské úlohy . . . . .              | 202        |
| 12.4 Optimalizační hamiltonovské úlohy . . . . .           | 203        |
| <b>13 Barevnost, nezávislost, kliky</b>                    | <b>211</b> |
| 13.1 Definice a základní fakta . . . . .                   | 211        |
| 13.2 Zjišťování barevnosti . . . . .                       | 216        |
| 13.3 Hledání maximálních nezávislých množin . . . . .      | 219        |
| <b>14 Rovinné grafy</b>                                    | <b>223</b> |
| 14.1 Nakreslení grafu a topologický rovinný graf . . . . . | 223        |
| 14.2 Duální grafy . . . . .                                | 226        |
| 14.3 Vlastnosti rovinných grafů . . . . .                  | 229        |
| 14.4 Charakterizace rovinných grafů . . . . .              | 230        |
| <b>15 Cirkulace a potenciály</b>                           | <b>231</b> |
| 15.1 Vektorový prostor cirkulací . . . . .                 | 231        |
| 15.2 Potenciály a potenciálové rozdíly . . . . .           | 234        |
| 15.3 Vztahy cirkulací a potenciálových rozdílů . . . . .   | 238        |
| 15.4 Analýza elektrické sítě . . . . .                     | 240        |
| <b>Výsledky cvičení</b>                                    | <b>243</b> |
| <b>Literatura</b>  | <b>251</b> |
| <b>Rejstřík</b>  | <b>253</b> |
| <b>Přehled značení</b>                                     | <b>257</b> |