

# Obsah

|                                                                          |           |
|--------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Úvod                                                                     | 5         |
| <b>1 Topologické prostory</b>                                            | <b>7</b>  |
| 1.1 Základní pojmy a vlastnosti                                          | 7         |
| 1.2 Báze topologie                                                       | 10        |
| 1.3 Relativní topologie                                                  | 13        |
| 1.4 Hromadný bod a izolovaný bod množiny                                 | 13        |
| 1.5 Druhý axiom spočetnosti, separabilita                                | 14        |
| 1.6 Spojitá zobrazení                                                    | 15        |
| 1.7 Axiomy oddělování                                                    | 16        |
| 1.8 Kompaktnost                                                          | 18        |
| 1.9 Kartézský součin topologických prostorů                              | 22        |
| <b>2 Metrické prostory</b>                                               | <b>27</b> |
| 2.1 Základní pojmy a vlastnosti                                          | 27        |
| 2.2 Kompaktní metrické prostory                                          | 34        |
| 2.3 Úplné metrické prostory                                              | 40        |
| 2.4 Zúplnění metrického prostoru                                         | 44        |
| <b>3 Topologické vektorové prostory</b>                                  | <b>51</b> |
| <b>4 Konvexní množiny a konvexní funkcionály, Hahnova-Banachova věta</b> | <b>53</b> |
| 4.1 Základní pojmy a vlastnosti                                          | 53        |
| 4.2 Minkowského funkcionál                                               | 55        |
| 4.3 Hahnova-Banachova věta                                               | 56        |
| <b>5 Metrické vektorové prostory</b>                                     | <b>62</b> |
| 5.1 Základní pojmy                                                       | 62        |
| 5.2 Vektorové prostory se spočetně mnoha seminormami                     | 63        |
| <b>6 Normované vektorové prostory, Banachovy prostory</b>                | <b>67</b> |
| 6.1 Základní pojmy                                                       | 67        |
| 6.2 Prostory omezených lineárních zobrazení                              | 68        |

|          |                                                                       |            |
|----------|-----------------------------------------------------------------------|------------|
| 6.3      | Ekvivalentní normy . . . . .                                          | 72         |
| 6.4      | Konečnorozměrné normované vektorové prostory . . . . .                | 73         |
| 6.5      | Hahnova-Banachova věta pro normované vektorové prostory . . . . .     | 76         |
| 6.6      | Banachovy prostory . . . . .                                          | 77         |
| 6.7      | Postačující podmínka konvergence . . . . .                            | 81         |
| 6.8      | Silná a slabá konvergence . . . . .                                   | 83         |
| <b>7</b> | <b>Prostory <math>p</math>-integrovatelných funkcí</b>                | <b>86</b>  |
| 7.1      | Přehled: integrál v Lebesgueově smyslu . . . . .                      | 86         |
| 7.2      | $L^p$ prostory . . . . .                                              | 92         |
| 7.3      | Duální prostor k $L^p$ prostoru . . . . .                             | 100        |
| <b>8</b> | <b>Hilbertovy prostory</b>                                            | <b>103</b> |
| 8.1      | Základní pojmy a vlastnosti . . . . .                                 | 103        |
| 8.2      | Věta o ortogonální projekci . . . . .                                 | 106        |
| 8.3      | Ortonormální báze, Fourierova řada . . . . .                          | 110        |
| 8.4      | Rieszova věta o reprezentaci funkcionálu, sdružený operátor . . . . . | 116        |
|          | <b>Literatura</b>                                                     | <b>120</b> |
|          | <b>Rejstřík</b>                                                       | <b>121</b> |
|          | <b>Seznam použitých symbolů</b>                                       | <b>124</b> |