

Obsah

Gaussova eliminační metoda	9
Úvodní příklad	9
Další příklad	10
Popis metody	11
Diskuse po převedení matice	12
Příklad, kdy soustava nemá řešení	12
1. Lineární prostor, grupa, těleso	13
Definice	13
Věta	13
Důkaz	13
Definice lineárního prostoru	14
Prostor $\mathbf{R}^2$	15
Prostor $\mathbf{R}^n$	16
Prostor funkcí	16
Prostor polynomů	17
Lineární podprostor	17
Průnik prostorů	18
Prostor orientovaných úseček	18
Triviální prostor	19
Grupa	20
Pologrupa, grupoid	22
Podgrupa	22
Těleso	22
Galoisovo těleso se dvěma prvky	22
$\text{GF}(p)$, $\mathbf{Z}_p$	23
Lineární prostor nad tělesem	24
Cvičení	25
2. Lineární závislost a nezávislost, lineární obal, báze, dimenze	29
Lineární kombinace	29
Triviální lineární kombinace	29
Lineární závislost skupiny	29
Lineární nezávislost skupiny	30
Základní vlastnosti lineární (ne)závislosti	32
Jeden vektor je lineární kombinací ostatních	33
Závislost orientovaných úseček	34
Lineární (ne)závislost nekonečných množin	34
Lineární obal	35
Prvek lineárního obalu	35
Vlastnosti lineárního obalu	36
Lineární obal je podprostor	36
Rozšíření LN množiny	37
Charakteristika LN množiny	37
Báze	37
Existence a jednoznačnost báze	38
Báze jsou stejně velké	39
Dimenze prostoru	40
Dimenze podprostoru	40
Počet prvků v LN množině	40
Cvičení	40
Matematická indukce	43
3. Matice	44
Definice matice	44
Lineární prostor matic	44

Symetrie relace „ $\sim$ “	45
Gaussova eliminace zachovává obal	46
Hodnost matice	46
Trojúhelníkové matice	46
Numericky nestabilní matice	47
Transponovaná matice	47
Násobení matic	48
Komutující matice	50
Matice vektorů	51
Jednotková matice	51
Inverzní matice	52
Regulární, singulární matice	52
Výpočet inverzní matice eliminací	52
Hodnost součinu matic	54
Cvičení	55
4. Determinant	60
Permutace	60
Znaménko permutace	61
Definice determinantu	62
Základní vlastnosti	64
Metoda počítání determinantu	65
Rozvoj determinantu	66
Součin determinantů	68
Existence inverzní matice	68
Cvičení	70
5. Soustavy lineárních rovnic	74
Frobeniova věta	74
Princip eliminační metody	75
Řešení homogenní soustavy	75
Řešení nehomogenní soustavy	76
Strojové řešení soustav	77
Nejednoznačnost zápisu řešení	78
Soustavy se čtvercovou maticí	79
Dodatky k řešení soustav	81
Soustava lineárních soustav	82
Cvičení	83
6. Více o lineárních prostorech konečné dimenze	87
Spojení prostorů	87
Dimenze průniku a spojení	87
Souřadnice vektoru	89
Existence a jednoznačnost souřadnic	89
Matice přechodu	90
Souřadnice vektoru a matice přechodu	91
Přechod od báze (B) přes (C) k (D)	92
Sestavení matic přechodu	92
Cvičení	94
7. Lineární zobrazení	96
Definice zobrazení	96
Zobrazení „na“	96
Prosté zobrazení	96
Definice lineárního zobrazení	96
Princip superpozice	96
Zachování obalů	97
Jádro zobrazení	97

Defekt a hodnost zobrazení	98
Souřadnice jako lineární zobrazení	99
Lineární zobrazení na bázi	99
Zobrazení lineárně nezávislých vektorů	100
Složené zobrazení	101
Inverzní zobrazení	101
Izomorfismus	102
Matice lineárního zobrazení	102
Hodnost matice zobrazení	103
Zobrazení souřadnic	103
Defekt + hodnost zobrazení	105
Matice složeného zobrazení	105
Matice identity	106
Zobrazení do stejného prostoru	107
Vlastní číslo, vlastní vektor	107
Podobnost s diagonální maticí	110
Cvičení	112
Homogenní souřadnice	117
Cvičení k vlastním číslům a podobnosti matic	119
8. Lineární prostory se skalárním součinem	121
Definice skalárního součinu	121
Skalární součiny na $\mathbf{R}^n$	122
Symetrické a pozitivně definitní matice	122
Velikost vektoru	123
Úhel dvou vektorů	123
Vzdálenost vektorů	124
Kolmé vektory	125
Ortonormální báze	125
Ortogonalizační proces	127
Cvičení	127
9. Aplikace lineární algebry v geometrii	132
Euklidovský prostor	132
Souřadnice orientovaných úseček	132
Skalární součin orientovaných úseček	132
Kolmý průmět vektoru na vektor	133
Ortonormální báze v U_O	133
Kladně orientovaná báze	134
Vektorový součin	134
Smíšený součin	136
Prostor V_3 volných vektorů	137
Součet bodu s vektorem	138
Přímka a rovina	138
Souřadnicový systém v $\mathbf{E}_3$	138
Rovnice přímky	140
Vzájemná poloha dvou přímek	141
Rovnice roviny	142
Vzájemná poloha přímky a roviny	144
Vzájemná poloha dvou rovin	144
Souměrné body	145
Tři roviny	146
Cvičení	146
10. Lineární algebra v teorii kódování	149
Těleso $\mathbf{Z}_2$	149
Počítání v $\mathbf{Z}_2$	150
Kód, kódové slovo	151

Kódování s detekcí a opravou chyb	151
Lineární kód	152
Generující a kontrolní matice	154
Kodér lineárního kódu	155
Dekodér lineárního kódu	156
Hammingův kód	158
Rozšířený Hammingův kód	159
Cvičení	160
11. Polynomy	163
Definice polynomu	163
Jednoznačnost koeficientů	163
Stupeň polynomu	165
Součet a násobek polynomů	165
Součin polynomů	166
Stupeň součtu, násobku a součinu	166
Částečný podíl polynomů	167
Hornerovo schéma	168
Kořen polynomu	169
Hledáme kořeny polynomu	171
Rozklad na kořenové činitele	173
Reálný rozklad	176
Ireducibilní polynomy	178
Cvičení	179
12. Literatura	182
13. Rejstřík	183