

1. Lineární prostory

Obsah

1.1. Definice lineárního prostoru

Definice. Množina L libovolných prvků (budeme je psát a, b, \dots, z a říkat jim vektory) se nazývá lineární prostor, jestliže:

(a) Je dáno zobrazení $L \times L$ do L , které každé uspořádané dvojici $(x, y) \in L \times L$ přiřadí prvek $x + y \in L$, se jmenuje sčítání.

(b) Je dáno zobrazení $R \times L$ do L , které každé uspořádané dvojici $(c, x) \in R \times L$ přiřadí prvek $cx \in L$, se jmenuje násobení.

1. LINEÁRNÍ PROSTORY	5
2. MATICE	35
3. ANALYTICKÁ GEOMETRIE	63
4. Maticová algebra	103
5. DETERMINANTY	171
6. KVADRATICKÉ FORMY	213
PŘÍLOHA	235
Literatura	256
Rejstřík	258

A5

$$\forall x \in L \quad [1x = x],$$

A6

$$\forall c, d \in R \quad \forall x \in L \quad [c(dx) = (cd)x],$$

A7

$$\forall c, d \in R \quad \forall x \in L \quad [(c+d)x = cx + dx],$$

A8

$$\forall c \in R \quad \forall x, y \in L \quad [c(x+y) = cx + cy].$$

Toto zobrazení se nazývá násobení vektorů z L reálným číslem, vektor cx se nazývá reálný násobek vektoru x .

Poznámka. Místo pojmu lineární prostor se lze v literatuře setkat s názvem vektorový prostor nebo vektorový modul nebo jen modul.

Podle právě zavedené definice můžeme lineární prostor formálně chápat jako trojici $(L, +, \cdot)$, tj. množinu L , na které jsou definovány operace sčítání vektorů a násobení vektoru reálným číslem. Sčítání na množině L je komutativní a asociativní (axiomy A1 a A2). Množina L je neprázdná, neboť podle axiomu A3 obsahuje vektor o . Tomuto vektoru říkáme nulový vektor, podobně vektor $-x$ nazýváme vektor opačný k vektoru x . Násobení vektoru reálným číslem je asociativní (axióm A6) a podle axiomů A7 a A8 platí zákon distributivní.

Takto definovaný "lineární prostor" je pojem velice obecný. V dalším uvidíme, že této definici vyhovuje celá řada systémů, ať už reálných nebo komplexních (např. množina všech reálných posloupností, množina všech řešení soustavy lineárních rovnic apod.). Uvedeme je jako speciální případy. Rovněž "vektor" je v tomto pojetí obecný pojem (prvek