

Obsah

1 Úvod	7
1.1 Soustava s viskozním tlumením	7
1.2 Hysterezní tlumení	10
1.3 Proporcionální tlumení	13
2 Analýza lineárních soustav se soustředěnými prvky	14
2.1 Jednorozměrné soustavy	14
2.1.1 Základní pojmy	14
2.1.2 Mechanická impedance	15
2.1.3 Praktické výpočty	17
2.2 Elektromechanická analogie	20
2.3 Použití maticového počtu	21
2.3.1 Impedanční matice soustavy	21
2.3.2 Duální soustava	24
2.3.3 Naprogramování výpočtu	25
2.4 Dvouřozměrné (rovinné) soustavy	25
2.4.1 Sestavení impedanční matice	25
2.4.2 Praktické výpočty	27
2.5 Trojrozměrné (prostorové) soustavy	28
3 Modální rozklad u soustav s konečným počtem stupňů volnosti	29
3.1 Soustava bez tlumení	29
3.1.1 Vlastní hodnoty	29
3.1.2 Ortogonalita a normování vlastních vektorů	31
3.1.3 Modální transformace	32
3.2 Soustava s tlumením	33
3.3.1 Proporcionální tlumení	33
3.3.2 Hysterezní tlumení	33
3.4 Stavový model a obecný případ viskozního tlumení	34
3.4.1 Vlastní frekvence	34
3.4.2 Vlastní vektory	34
3.4.3 Modální transformace	36
3.4.4 Přenos	37
3.5 Singulární rozklad	38
4 Modální rozklad u soustav s jednorozměrnými kontinui	39
4.1 Nosník	39
4.1.1 Příčné kmitání	39
4.1.1.1 Vlastní hodnoty	39
4.1.1.2 Přenos (dynamická poddajnost)	41
4.1.2 Poznámky k praktickým výpočtům	43
4.1.2.1 Zrychlení výpočtu vlastních frekvencí	43
4.1.2.2 Konečný počet členů rozvoje podle vlastních tvarů kmitu	44
4.1.2.3 Účinky v momentech a odezvy v natočeních	44
4.1.2.4 Bezrozměrné vlastní tvary kmitu	44
4.1.2.5 Zahnutí útlumu do výpočtu	45

4.1.2.6 Spojité vnější buzení	45
4.1.2 Torzní kmitání	46
4.1.3 Podélné kmitání	47
4.1.4 Kombinované kmitání	48
4.2 Soustavy s nosníky	50
4.2.1 Paralelní skladba	50
4.2.2 Seriová skladba	52
4.2.3 Připojení nespojitostí	53
4.2.4 Transformace geometrických souřadnic	53
4.2.5 Výpočet modálních vlastností	54
4.2.6 Poznámky k numerickým výpočtům	55
5 Užití analytických řešení při dynamických výpočtech	56
5.1 Obecné řešení lineární diferenciální rovnice s konstantními koeficienty	56
5.1.1 Základní algoritmus	56
5.1.2 Příklad výpočtu modálních vlastností	58
5.1.3 Příklad výpočtu kmitání oblouku v jeho rovině	59
5.2 Řešení soustavy diferenciálních rovnic s více proměnnými	60
5.3 Složitější případy okrajových podmínek	62
5.3.1 Řešení soustavy diferenciálních rovnic se vzájemně vázanými okrajovými podmínkami	62
5.3.2 Budicí účinky v okrajových podmínkách	62
5.3.3 Připojení soustředěných prvků	63
5.3.4 Složitější soustava	63
5.4 Použití u soustav zvláštního typu	64
5.4.1 Soustavy s tlumením	64
5.4.2 Výpočet bezrozměrných vlastních frekvencí složitějších kmitavých systémů	65
5.4.3 Neprizmatické průřezy kontinuí	66
5.4.4 Kmitání stlačitelné kapaliny v poddajné potrubní síti	67
6 Vybrané aplikace metody konečných prvků	69
6.1 Rovinná úloha (2D) s trojúhelníkovými prvky	69
6.1.1 Souřadnice a funkční hodnoty pro prvek	70
6.1.2 Přetvoření	71
6.1.3 Elasticita	72
6.1.4 Deformační energie	73
6.1.5 Matice hmotnosti prvku	73
6.2 Prostorová úloha (3D) se čtyřstěnovými prvky	74
6.3 Rotačně symetrická úloha (2.5D) s trojúhelníkovými prvky	75
6.4 Jednorozměrná úloha (1D) s nosníkovými prvky	76
6.5 Sestavení globálních matic soustavy	79
7 Dynamické modelování ve stavovém prostoru	81
7.1 Modelování přechodových jevů u soustav s diskrétními prvky	81
7.1.1 Řešení stavové rovnice pro spojité funkce času	81
7.1.2 Řešení stavové rovnice pro diskrétní funkce času	82
7.1.3 Úpravy pro numerické výpočty	83
7.1.3.1 Analytický výpočet maticové exponenciely	83
7.1.3.2 Normování a úpravy měřítek	84

7.2	Určování přenosů mechanických soustav	84
7.2.1	Výpočet odezvy mechanické soustavy ve frekvenční oblasti	85
7.2.2	Přenos vyjádřený podíly polynomů	86
7.2.2.1	Soustava s jedním vstupem a jedním výstupem	86
7.2.2.2	Soustava s jedním vstupem a více výstupy	87
7.2.3	Výpočet odezvy soustavy s užitím podílu polynomů	87
7.3	Řízené chování mechanických soustav	88
7.3.1	Transformace stavů	88
7.3.1.1	Vyjádření stavových rovnic v Jordanově kanonickém tvaru	88
7.3.1.2	Dosažitelnost stavu	89
7.3.1.3	Pozorovatelnost stavu	90
7.3.2	Stavová zpětná vazba	90
7.4	Modelování přechodových jevů u soustav s kontinui	91
8	Redukce dynamických modelů	93
8.1	Statická redukce	93
8.2	Dynamická redukce v geometrické oblasti	93
8.3	Dynamická redukce ve stavové oblasti	94
8.4	Dynamická redukce v modální oblasti	95
8.4.1	Splnění podmínky ortonormality	95
8.4.2	Přímé vypuštění s intuitivním výběrem	95
8.4.3	Redukce metodou simultánních iterací	96
9	Šíření vlnových jevů v soustavách s nosníky	98
9.1	Šíření podélných vln v jednorozměrném kontinuu	98
9.1.1	Základní vztahy	98
9.1.2	Lokální přenos vlnového jevu ve frekvenční oblasti	100
9.1.3	Lokální přenos vlnového jevu v časové oblasti	101
9.2	Šíření příčných vln v jednorozměrném kontinuu	102
9.2.1	Základní vztahy	102
9.2.2	Vliv tlumení	104
10	Výpočet kmitání vícerozměrných kontinuí	106
10.1	Membrána	106
10.1.1	Řešení pro obdélníkovou membránu	107
10.1.2	Řešení pro kruhovou membránu	109
10.2	Deska	111
10.2.1	Řešení pro obdélníkovou desku	112
10.2.2	Řešení pro kruhovou desku	113
11	Dynamika nelineárních soustav	115
11.1	Přehled	115
11.2	Řešení numerickou simulací v čase	117
11.3	Výpočet ve fázové rovině	118
11.3.1	Singulární body a jejich klasifikace	118
11.3.2	Znázorňování trajektorií ve fázové rovině	121
11.3.3	Vliv budících účinků	122
11.3.4	Analýza složitějších případů	124
11.4	Metody harmonické rovnováhy	125

11.5 Samobuzené systémy	128
12 Příklady s naprogramovaným řešením	130
12.1 Časové charakteristiky soustavy s jedním stupněm volnosti	131
12.2 Frekvenční charakteristiky soustavy s jedním stupněm volnosti	132
12.3 Vynucené kmitání řadové soustavy s více stupni volnosti	134
12.4 Sestavení impedanční matice rovinné prutové soustavy	135
12.5 Sestavení impedanční matice prostorové prutové soustavy	136
12.6 Sestavení matic stavového modelu mechanické soustavy se soustředěnými prvky a výpočet jejích modálních vlastností	138
12.7 Funkce pro analytický výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů příčných kmitů nosníku	140
12.8 Výpočet modálních vlastností složené soustavy metodou dynamické poddajnosti	141
12.9 Analytický výpočet modálních vlastností soustavy s jednorozměrnými kontinui	142
12.10 Výpočet časového průběhu odezvy soustavy s využitím frekvenčního přenosu	144
12.11 Přechodové příčné kmitání nosníku	146
12.12 Šíření podélných vln v nosníku	148
12.13 Vlastní frekvence obdélníkové obvodově podepřené desky	149
12.14 Vlastní frekvence kruhové membrány	150
12.15 Srovnání akustických a strukturálních délek vlny pro desku	151
12.16 Výpočet řešení Duffingovy nelineární rovnice užitím časové simulace a znázornění ve fázové rovině	152
12.17 Analýza chování nelineární soustavy popsané Duffingovou rovnicí s nenulovou pravou stranou	153
12.18 Analýza chování soustavy proudového stroje s připojenou potrubní sítí	155
 Seznam literatury	 157