

# Obsah

<b>1</b>	<b>Všemocná úměra aneb lineární algebra poprvé</b>	<b>1</b>
1.1	Lineární rovnice . . . . .	1
1.1.1	Kde všude se setkáme s úměrou — příklady linearity . . . . .	1
1.1.2	Soustavy lineárních rovnic a jejich rychlé řešení . . . . .	6
1.1.3	Přímky a roviny — lineární geometrické útvary . . . . .	12
1.1.4	Cvičení . . . . .	15
1.2	Počítání s čísly . . . . .	17
1.2.1	Reálná čísla . . . . .	17
1.2.2	Komplexní čísla . . . . .	18
1.2.3	Cvičení . . . . .	22
1.3	Počítání s maticemi . . . . .	23
1.3.1	Základní operace s maticemi a hodnost matic . . . . .	23
1.3.2	Hodnost matic ještě jinak . . . . .	25
1.3.3	Násobení matic . . . . .	27
1.3.4	Čtvercové matice . . . . .	29
1.3.5	Cvičení . . . . .	32
1.4	Počítání s vektory . . . . .	34
1.4.1	Vektory a jejich vyjádření v bázích . . . . .	34
1.4.2	Vektory jako geometrické objekty . . . . .	38
1.4.3	Součiny vektorů . . . . .	40
1.4.4	Vektory v ortonormálních bázích . . . . .	47
1.4.5	Cvičení . . . . .	50
<b>2</b>	<b>Funkce jedné proměnné</b>	<b>53</b>
2.1	Funkce a její graf . . . . .	53
2.1.1	Způsoby zadání funkce . . . . .	54
2.1.2	Počítání s funkcemi . . . . .	57
2.1.3	Skládání a inverze funkcí . . . . .	59
2.1.4	„Zvěřinec“ funkcí . . . . .	63
2.1.5	Limity všeho druhu . . . . .	65

2.1.6	Seznámení s posloupnostmi a řadami . . . . .	82
2.1.7	Spojité funkce . . . . .	89
2.1.8	Elementární funkce . . . . .	90
2.1.9	Cvičení . . . . .	105
2.2	Derivace — rychlost změny funkce . . . . .	107
2.2.1	Hledáme tečny . . . . .	107
2.2.2	Graf funkce snadno a rychle . . . . .	120
2.2.3	Spokojíme se i s přibližnou hodnotou — diferenciál funkce . . . . .	127
2.2.4	Poznáváme funkci z její derivace — neurčitý integrál . . . . .	137
2.2.5	Zpět k logaritmu a exponenciále . . . . .	146
2.2.6	Rozmanité pohyby . . . . .	151
2.2.7	Od zrychlení k trajektorii . . . . .	159
2.2.8	Cvičení . . . . .	160
2.3	Integrovaní — „sčítání“ mnoha malých příspěvků . . . . .	162
2.3.1	Plocha pod grafem dlážděná proužky . . . . .	163
2.3.2	Souvisí určitý integrál s neurčitým? . . . . .	168
2.3.3	K čemu lze použít integrál — o rovinných útvarech . . . . .	174
2.3.4	K čemu lze použít integrál — o rotačních tělesech . . . . .	180
2.3.5	Křivkový integrál prvního druhu . . . . .	189
2.3.6	K čemu lze použít integrál — oblouky . . . . .	192
2.3.7	K čemu lze použít integrál — o rotačních površích . . . . .	194
2.3.8	Cvičení . . . . .	197
<b>3</b>	<b>Počet pravděpodobnosti</b>	<b>199</b>
3.1	Pravděpodobnost . . . . .	199
3.1.1	Co se pravdě podobá — definice pravděpodobnosti . . . . .	200
3.1.2	Cifry, kostky, karty — kombinatorické opakování . . . . .	201
3.1.3	Sčítání a násobení — základní počty s pravděpodobnostmi . . . . .	211
3.1.4	Pravděpodobnější, než bychom čekali — podmíněná pravděpodobnost . . . . .	216
3.1.5	Cvičení . . . . .	223
3.2	Náhodné veličiny . . . . .	224
3.2.1	Jak dobrý je to střelec — diskrétní rozdělení . . . . .	226
3.2.2	Kolik rychlostí má molekula plynu — spojité rozdělení . . . . .	237
3.2.3	Cvičení . . . . .	244
3.3	Náhoda a zpracování měření . . . . .	245
3.3.1	Součet a součin náhodných veličin . . . . .	245
3.3.2	Který výsledek je ten pravý? . . . . .	254
3.3.3	Lineární závislost a metoda nejmenších čtverců . . . . .	261
3.3.4	Cvičení . . . . .	264

<b>Výsledky cvičení</b>	<b>265</b>
<b>Literatura</b>	<b>271</b>
<b>Dodatky Co ještě mohlo být v I. dílu</b>	<b>275</b>
A Soustavy rovnic s parametry . . . . .	275
B Soustavy rovnic nad komplexními čísly . . . . .	277
C Vícerozměrné afinní prostory . . . . .	279
D Laplaceův rozvoj determinantu . . . . .	283
E Limita posloupnosti a hromadné body . . . . .	286
F Užitečné vlastnosti množin reálných čísel . . . . .	289
G Užitečné vlastnosti funkcí . . . . .	294
H Derivace složené funkce . . . . .	301
I Univerzální goniometrická substituce . . . . .	306
J Integrace iracionálních funkcí . . . . .	308
K Ještě něco o integrálech . . . . .	311
L Které integrály se vám nepodaří spočítat? . . . . .	322
M Šeherezádiny hádanky a podmíněná pravděpodobnost . . . . .	323
N Ještě jednou průměry . . . . .	325
<b>Rejstřík</b>	<b>333</b>
<b>Obsah druhého dílu</b>	<b>337</b>

# Obsah druhého dílu

## 4 Vícerozměrná linearita aneb lineární algebra podruhé

### 4.1 Prostory s vektory

- 4.1.1 Algebraické struktury s jednou operací, hlavně grupy
- 4.1.2 Algebraické struktury se dvěma operacemi, hlavně pole
- 4.1.3 Co je vektorový prostor?
- 4.1.4 Jak počítat v bázích?
- 4.1.5 Menší vektorové prostory skryté ve větších

### 4.2 Lineární zobrazení vektorových prostorů

- 4.2.1 Lineární zobrazení algebraicky
- 4.2.2 Lineární zobrazení v bázích
- 4.2.3 Vektorové prostory spjaté s lineárním zobrazením
- 4.2.4 Projekce
- 4.2.5 Vektorové prostory lineárních zobrazení

### 4.3 Vlastní vektory

- 4.3.1 Co jsou to vlastní vektory ...
- 4.3.2 ... jaké mají vlastnosti a jak je hledat?
- 4.3.3 Může být matice lineárního zobrazení diagonální?

## 5 Souřadnicové soustavy obvyklejší i méně obvyklé

### 5.1 Kartézská soustava souřadnic z jiného pohledu

- 5.1.1 Poloha bodu v rovině a prostoru
- 5.1.2 Souřadnicové přímky a roviny
- 5.1.3 Elementární plocha a objem

### 5.2 Polární, válcové a kulové souřadnice

- 5.2.1 Poloha bodu v rovině a prostoru jinak
- 5.2.2 Souřadnicové křivky a plochy
- 5.2.3 Malá odbočka do světa funkcí více proměnných — parciální derivace
- 5.2.4 Elementární plocha a objem

### 5.3 Obecné souřadnice

- 5.3.1 Souřadnicové křivky a plochy
- 5.3.2 Elementární objem

## 6 Linearita v aplikacích aneb lineární algebra do třetice

### 6.1 Skalární součin — nadstandardní výbava vektorového prostoru

#### 6.1.1 Skalární součin a jeho reprezentace v bázích

#### 6.1.2 Ortonormální báze

#### 6.1.3 Ortogonální projekce

### 6.2 Lineární operátory a jejich vlastní vektory

#### 6.2.1 Unitární (ortogonální) operátory

#### 6.2.2 Samoadjungované (symetrické) lineární operátory

### 6.3 Symetrické operátory v geometrii a fyzice

#### 6.3.1 Kvadratické formy

#### 6.3.2 Rozpoznávání křivek a ploch obsahujících kvadratické formy

#### 6.3.3 Symetrické operátory, kvadratické formy a fyzika

#### 6.3.4 Linearita a tenzory

#### 6.3.5 Linearita v technických aplikacích

## 7 Obyčejné diferenciální rovnice

### 7.1 Diferenciální rovnice v životě

### 7.2 Rovnice prvního řádu rozřešené vzhledem k derivaci

#### 7.2.1 Rovnice se separovatelnými proměnnými

#### 7.2.2 Lineární rovnice

#### 7.2.3 Bernoulliho rovnice

#### 7.2.4 Exaktní rovnice

### 7.3 Rovnice prvního řádu nerozřešené vzhledem k derivaci

#### 7.3.1 Lagrangeova a Clairautova rovnice

### 7.4 Lineární diferenciální rovnice druhého řádu

#### 7.4.1 Základní typy rovnic druhého řádu

#### 7.4.2 Wronskián

#### 7.4.3 Okrajové úlohy při řešení rovnic druhého řádu

### 7.5 Lineární rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty

#### 7.5.1 Homogenní rovnice

#### 7.5.2 Nehomogenní rovnice

#### 7.5.3 Harmonické, tlumené a vynucené kmitání

### 7.6 Soustavy lineárních rovnic prvního řádu

#### 7.6.1 Rovnici $n$ -tého řádu lze převést na soustavu $n$ rovnic řádu prvního a naopak

## 8 Řady funkcí

### 8.1 Posloupnosti a řady podruhé — čísla

#### 8.1.1 Číselné posloupnosti a jejich konvergence

#### 8.1.2 Číselné řady — lze sečíst nekonečně mnoho čísel s konečným výsledkem?

### 8.2 Posloupnosti a řady potřetí — funkce

#### 8.2.1 Posloupnosti funkcí — není konvergence jako konvergence

- 8.2.2 Řady funkcí jsou jen posloupnosti jejich součtů
- 8.3 Zvlášť užitečné řady funkcí
  - 8.3.1 Fourierovy řady
  - 8.3.2 Mocninné řady
  - 8.3.3 Několik opravdu užitečných aplikací
- 9 Závislosti na více parametrech aneb funkce více proměnných**
  - 9.1 Funkce a jejich změny
    - 9.1.1 Parciální derivace a řetězové pravidlo
    - 9.1.2 Úplný, ale i neúplný diferenciál
    - 9.1.3 Směrová derivace a gradient, vrstevnice a spádnice
  - 9.2 Diferenciální operátory
    - 9.2.1 Vektorové funkce více proměnných
    - 9.2.2 Proudnice, siločáry a jiné integrální čáry vektorových funkcí
    - 9.2.3 Zřídla a víry — divergence a rotace vektorové funkce
    - 9.2.4 Operátor nabla a Laplaceův operátor
- 10 Základy variačního počtu**
  - 10.1 Princip stacionárního bodu
    - 10.1.1 Princip nejkratšího času aneb jak se odráží a láme světlo
    - 10.1.2 Úloha o brachistochroně
  - 10.2 Variační počet a fyzika
    - 10.2.1 Fyzikální princip nejmenší akce
    - 10.2.2 Pohybové rovnice, které Newton neobjevil
    - 10.2.3 Několik technických aplikací

