

Obsah

Obsah	i
Úvod	1
I Matematická analýza	3
1 Přehled středoškolských poznatků	5
1.1 Základy matematické logiky	5
Cvičení 1.1	11
1.2 Základy teorie množin	13
1.2.1 Základní pojmy	13
1.2.2 Číselné množiny	17
Cvičení 1.2	31
1.3 Algebraické výrazy	33
Cvičení 1.3	43
1.4 Rovnice	45
1.4.1 Lineární rovnice	45
1.4.2 Kvadratická rovnice	47
1.4.3 Iracionální rovnice	50
1.4.4 Rovnice s absolutní hodnotou	52
1.4.5 Rovnice s parametrem	53
Cvičení 1.4	56
1.5 Nerovnice	57
1.5.1 Lineární nerovnice	58
1.5.2 Nerovnice s neznámou ve jmenovateli	60
1.5.3 Kvadratická nerovnice	62
1.5.4 Iracionální nerovnice	64
1.5.5 Nerovnice s absolutní hodnotou	65
Cvičení 1.5	67
2 Reálné funkce jedné reálné proměnné	69
2.1 Základní pojmy	69
Cvičení 2.1	75
2.2 Vlastnosti funkcí	76

2.2.1	Funkce kladná, záporná, nezáporná, nekladná	76
2.2.2	Funkce sudá, lichá	77
2.2.3	Funkce zdola omezená, shora omezená, omezená	78
2.2.4	Funkce rostoucí, klesající, neklesající, nerostoucí	79
2.2.5	Funkce periodická	82
2.2.6	Funkce prostá	82
	Cvičení 2.2	84
2.3	Operace s funkcemi	85
2.3.1	Součet, rozdíl, součin, podíl funkcí	85
2.3.2	Skládání funkcí	86
2.3.3	Inverzní funkce	87
	Cvičení 2.3	92
2.4	Elementární funkce	93
2.4.1	Funkce mocninné	93
2.4.2	Funkce polynomické	96
2.4.3	Funkce racionální lomené	98
2.4.4	Funkce exponenciální	98
2.4.5	Funkce logaritmické	99
2.4.6	Funkce goniometrické	103
2.4.7	Funkce cyklometrické	108
	Cvičení 2.4	115
2.5	Neelementární funkce	117
2.5.1	Funkce definované po částech	117
2.5.2	Celá část	119
2.5.3	Desetinná část	120
	Cvičení 2.5	121
2.6	Transformace grafu funkce	122
2.6.1	Vertikální posunutí $f(x) + k$	122
2.6.2	Horizontální posunutí $f(x - k)$	122
2.6.3	Vertikální roztahování a smršťování $k \cdot f(x)$	122
2.6.4	Horizontální roztahování a smršťování $f(k \cdot x)$	123
2.6.5	Překlopení vůči ose x , funkce $-f(x)$ a $ f(x) $	123
2.6.6	Překlopení vůči ose y , funkce $f(-x)$ a $f(x)$	123
	Cvičení 2.6	128
3	Posloupnosti a jejich limity	131
3.1	Posloupnosti reálných čísel	131
3.1.1	Definice posloupnosti reálných čísel	131
3.1.2	Zadání posloupnosti	132
3.1.3	Vlastnosti posloupností	134
3.1.4	Speciální posloupnosti	137
	Cvičení 3.1	144
3.2	Limita posloupnosti	145
3.2.1	Rozšířená množina reálných čísel	145

3.2.2	Základní pojmy	146
3.2.3	Výpočet limit	148
	Cvičení 3.2	155
4	Spojitosť funkce a její limita	157
4.1	Spojitosť funkce	157
4.1.1	Úvodní úvahy	157
4.1.2	Spojitosť funkce v bodě	159
4.1.3	Spojitosť v bodě zleva, resp. zprava	165
4.1.4	Spojitosť na intervalu	169
	Cvičení 4.1	171
4.2	Vlastnosti spojitých funkcí	173
4.2.1	Spojitosť a operace s funkcemi	173
4.2.2	Vlastnosti spojitých funkcí na uzavřeném intervalu	176
4.2.3	Pojem spojitosti funkce v ekonomických aplikacích	183
	Cvičení 4.2	186
4.3	Limita funkce	188
4.3.1	Vlastní limita ve vlastním bodě	188
4.3.2	Metody výpočtu vlastních limit ve vlastním bodě	201
4.3.3	Nevlastní limita ve vlastním bodě	209
4.3.4	Limita funkce v nevlastním bodě	220
4.3.5	Metody výpočtu limit funkcí v nevlastních bodech	228
	Cvičení 4.3	236
5	Diferencovatelné funkce	239
5.1	Derivace funkce	239
5.1.1	Průměrná rychlost změny funkce	239
5.1.2	Derivace funkce v bodě	246
5.1.3	Jednostranné derivace funkce v bodě	251
5.1.4	Nevlastní derivace funkce v bodě	256
5.1.5	Derivace jako funkce	259
	Cvičení 5.1	273
5.2	Aproximace funkcí	277
5.2.1	Diferenciál funkce	277
5.2.2	Chyba aproximace přírůstku funkce diferenciálem	283
5.2.3	Přibližné výpočty	284
5.2.4	Diferenciál jako lineární aproximace funkce	286
5.2.5	Taylorova věta, aproximace polynomem	288
	Cvičení 5.2	298
5.3	Věty o diferencovatelných funkcích	300
5.3.1	Rolleova a Lagrangeova věta	300
5.3.2	L'Hôpitalovo pravidlo	306
	Cvičení 5.3	311

6 Průběh funkce jedné reálné proměnné	313
6.1 Monotonie funkce	313
6.1.1 Úvodní úvahy monotonie funkce v bodě	313
6.1.2 Monotonie funkce	320
6.2 Lokální extrémy funkce	332
6.2.1 Úvodní úvahy a definice	332
6.2.2 Podmínky existence lokálního extrému	335
6.3 Globální (absolutní) extrémy funkce	345
6.4 Konvexnost a konkávnost funkce, inflexe	351
6.4.1 Úvodní úvahy	351
6.5 Asymptoty grafu funkce	364
6.6 Postup pro vyšetření průběhu funkce	369
Cvičení 6.1	379
II Úvod do lineární algebry	383
7 Maticový počet	385
7.1 Motivace a základní pojmy	385
7.1.1 Matice reálných čísel	385
7.1.2 Základní typy matic	387
7.1.3 Rovnost číselných matic	389
Cvičení 7.1	391
7.2 Základní maticové operace	392
7.2.1 Sčítání matic	392
7.2.2 Násobení matice skalárem	395
7.2.3 Násobení matic	398
7.2.4 Přirozená mocnina matice	406
7.2.5 Transpozice matice	407
Cvičení 7.2	408
7.3 Determinanty čtvercových matic	412
7.3.1 Motivační úvahy	412
7.3.2 Determinant čtvercové matice	413
7.3.3 Vlastnosti determinantů	418
Cvičení 7.3	425
7.4 Inverzní matice	428
7.4.1 Inverzní matice	428
7.4.2 Základní vlastnosti inverzních matic	431
Cvičení 7.4	435
7.5 Hodnost matice	438
7.5.1 Motivace	438
7.5.2 Stupňový tvar matice	441
7.5.3 Definice hodnosti matice	445
7.5.4 Základní vlastnosti hodnosti matice	446

Cvičení 7.5	449
8 Soustavy lineárních rovnic	451
8.0 Motivace	451
8.1 Zavedení základních pojmů	452
Cvičení 8.1	457
8.2 Gaußova eliminace	459
Cvičení 8.2	464
8.3 Jiné možnosti řešení soustav	468
8.3.1 Poznámky ke Gaußově-Jordanově eliminaci	468
8.3.2 Cramerovo pravidlo	470
Cvičení 8.3	472
8.4 Maticová inverze pomocí Gaußovy-Jordanovy eliminace	473
Cvičení 8.4	476
9 Úvod do vektorového počtu	477
9.0 Motivace	477
9.1 Vektory a vektorové prostory	480
9.1.1 Definice vektoru a vektorového prostoru	480
9.1.2 Příklady vektorů a vektorových prostorů	483
9.1.3 Aritmetické vektorové prostory	486
9.1.4 Geometrická interpretace aritm. vektorů	490
9.1.5 Operace s aritm. vektory a jejich rovnost	495
Cvičení 9.1	499
9.2 Lineární závislost vektorů	501
9.2.1 Lineární kombinace a závislost vektorů	501
9.2.2 Další způsoby vyšetření lineární závislosti	505
Cvičení 9.2	507
9.3 Podprostory, báze a dimenze	508
9.3.1 Podprostor vektorového prostoru	508
9.3.2 Báze a dimenze vektorového prostoru	511
9.3.3 Aplikace na strukturu řešení soustav	519
Cvičení 9.3	525
10 Základy analytické geometrie	529
10.1 Afinní geometrie lineárních útvarů	529
10.1.1 Afinní prostor	530
10.1.2 Reálný afinní prostor	531
10.1.3 Afinní soustava souřadnic	534
10.1.4 Podprostory afinních prostorů	537
10.1.5 Některá analytická vyjádření	545
10.1.6 Průniky afinních lineárních útvarů	555
10.1.7 Vzájemná poloha afinních lineárních útvarů	561
10.1.8 Aplikace na soustavy rovnic	567

Cvičení 10.1	573
10.2 Eukleidovská geometrie	579
10.2.1 Vektorové prostory se skalárním součinem	579
10.2.2 Norma vektoru a odchylka vektorů	583
10.2.3 Geom. interpretace normy a odchylky	588
10.2.4 Eukleidovské prostory	590
10.2.5 Normála a ortogonální projekce bodu	593
10.2.6 Vzdálenosti lineárních útvarů	598
10.2.7 Odchylky lineárních útvarů	607
Cvičení 10.2	615
Literatura	619