

Obsah

Obsah	i
Úvod	1
I Integrální počet funkce jedné proměnné	3
1 Neurčitý integrál	5
1.1 Primitivní funkce	5
1.1.0 Motivační úvaha	5
1.1.1 Definice primitivní funkce	7
1.1.2 Existence a jednoznačnost primitivní funkce	8
1.2 Neurčitý integrál	13
1.2.1 Definice neurčitého integrálu funkce	13
1.2.2 Základní integrační vzorce a pravidla	16
1.2.3 Integrace použitím základních vzorců a pravidel	19
1.2.4 Vztah neurčitého integrálu a derivace	27
Cvičení 1.2	29
1.3 Některé jiné techniky integrace	32
1.3.1 Integrace metodou per partes	32
1.3.2 Integrace substituční metodou	42
1.3.3 Integrace racionálních funkcí	62
Cvičení 1.3	91
2 Určitý integrál a jeho aplikace	95
2.1 Úvodní pozorování	95
2.2 Elementární oblasti a odhady obsahů	104
2.2.1 Definice elementární oblasti	104
2.2.2 Křivočaré lichoběžníky	109
2.3 Konstrukce určitého integrálu	114
2.3.1 Dělení intervalu a jeho norma	115
2.3.2 Integrální součty	118
2.3.3 Vlastnosti integrálních součtů	122
2.3.4 Zavedení pojmu určitý integrál	132
2.3.5 Výpočet určitého integrálu pomocí definice	135

2.3.6	Obsah křivočarého lichoběžníku	137
	Cvičení 2.3	140
2.4	Základní vlastnosti určitého integrálu	141
2.4.1	Odhad hodnoty integrálu	141
2.4.2	Určitý integrál násobku a součtu funkcí	141
2.4.3	Nerovnosti mezi funkcemi a určitými integrály	143
2.4.4	Součet integrálů na intervalech $\langle a, c \rangle$, $\langle c, b \rangle$	145
2.5	Newtonova-Leibnizova formule	146
2.5.1	Definice určitého integrálu pro speciální intervaly	146
2.5.2	Určitý integrál jako funkce	147
2.5.3	Derivace určitého integrálu jako funkce	149
2.5.4	Standardizovaný zápis určitého integrálu	152
2.5.5	Výpočet určitého integrálu pomocí NLF	155
	Cvičení 2.5	164
2.6	Některé aplikace určitého integrálu	166
2.6.1	Základní geometrická aplikace určitého integrálu	166
2.6.2	Střední hodnota funkce	174
	Cvičení 2.6	183
3	Zobecněný a nevlastní integrál	185
3.1	Zobecněné integrály některých omezených funkcí	186
3.1.1	Definice zobecněných určitých integrálů	186
3.1.2	Výpočet zobecněného určitého integrálu	190
	Cvičení 3.1	199
3.2	Nevlastní integrály vlivem funkce	200
3.2.1	Singulární body integrálu	200
3.2.2	Definice nevlastních integrálů vlivem funkce	202
3.2.3	Výpočet nevlastních integrálů vlivem funkce	205
	Cvičení 3.2	210
3.3	Nevlastní integrály vlivem meze	211
3.3.1	Definice nevlastních integrálů vlivem meze	211
3.3.2	Výpočet nevlastních integrálů vlivem meze	213
	Cvičení 3.3	222
II	Diferenciální počet dvou proměnných	225
4	Úvod do teorie funkcí dvou proměnných	227
4.1	Úvodní úvahy	227
4.2	Množiny v \mathbb{R}^2	229
4.2.1	Zadání a grafické znázornění množin	229
4.2.2	Otevřené a uzavřené množiny	238
4.3	Funkce dvou reálných proměnných	241
	Cvičení 4.1	252

5	Parciální derivace a totální diferenciál	253
5.1	Parciální derivace funkce dvou proměnných	253
5.1.1	Parciální derivace funkce v bodě	253
5.1.2	Parciální derivace jako funkce	260
5.1.3	Aplikace parciálních derivací v praxi	263
5.1.4	Parciální derivace druhého řádu	264
	Cvičení 5.1	268
5.2	Totální diferenciál a diferencovatelné funkce	269
5.2.1	Totální diferenciál	269
5.2.2	Geometrický význam	276
5.2.3	Spojitosť a diferencovatelnost funkcí	277
5.2.4	Přibližné výpočty	280
5.2.5	Aplikace totálního diferenciálu v praxi	282
	Cvičení 5.2	284
6	Extrémy funkce dvou proměnných	287
6.1	Lokální extrémy funkce dvou proměnných	287
6.1.1	Úvodní úvahy	287
6.1.2	Lokální extrémy funkce dvou proměnných	289
6.1.3	Aplikace lokálních extrémů v praxi	304
	Cvičení 6.1	307
6.2	Vázané extrémy funkce dvou proměnných	308
6.2.1	Úvodní úvahy	308
6.2.2	Základní pojmy	308
6.2.3	Dosazovací metoda	310
6.2.4	Metoda Lagrangeových multiplikátorů	312
	Cvičení 6.2	319
III	Obyčejné diferenciální rovnice	321
7	Obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu	323
7.1	Motivační úvod do obyčejných diferenciálních rovnic	323
7.2	Základní pojmy	325
7.2.1	Definice diferenciální rovnice	325
7.2.2	Autonomie diferenciální rovnice	326
7.2.3	Řešení diferenciální rovnice	327
7.3	Základní techniky řešení diferenciálních rovnic	333
7.3.1	Diferenciální rovnice řešené přímou integrací	333
7.3.2	Separované a separovatelné diferenciální rovnice	334
7.3.3	Lineární diferenciální rovnice prvního řádu	340
	Cvičení 7.1	346

8	Obyčejné diferenciální rovnice druhého řádu	347
8.1	Úvod	347
8.2	Základní techniky řešení	348
8.2.1	Rovnice tvaru $y'' = f(x)$ a $F(x, y', y'') = 0$	348
8.2.2	Lineární diferenciální rovnice druhého řádu	355
	Cvičení 8.1	378
IV	Diferenční počet	379
9	Úvod do diferenčního počtu	381
9.1	Diference posloupnosti	383
9.1.1	Vzorce pro výpočet difference	386
9.1.2	Monotonie posloupnosti	389
9.2	Diference posloupnosti druhého řádu	391
9.2.1	Výpočet difference druhého řádu	391
9.2.2	Druhy monotónních posloupností	392
9.3	Diference řádu $n > 2$	395
	Cvičení 9.1	398
10	Diferenční rovnice	399
10.1	Diferenční rovnice	399
10.2	Řešení diferenční rovnice	402
10.3	Vybrané lineární diferenční rovnice	403
10.3.1	Lineární diferenční rovnice s konstantními koeficienty	403
	Cvičení 10.1	416
	Literatura	419