

Seznam definic

<i>Definice 1.3</i> – Zobrazení	6
<i>Definice 6.2</i> – Inverzní matice	34
<i>Definice 8.1</i> – Algebraické operace	47
<i>Definice 8.2</i> – Asociativní operace	47
<i>Definice 8.3</i> – Komutativní operace	48
<i>Definice 8.4</i> – Neutrální prvek	49
<i>Definice 8.5</i> – Inverzní prvek	50
<i>Definice 8.6</i> – Grupa	51
<i>Definice 8.7</i> – Komutativní těleso	52
<i>Definice 9.1</i> – Vektorový prostor	53
<i>Definice 9.3</i> – Podprostor	55
<i>Definice 10.1</i> – Lineárně nezávislé vektory	57
<i>Definice 10.4</i> – Báze vektorového prostoru	60
<i>Definice 11.1</i> – Souřadnice vektoru	62
<i>Definice 12.1</i> – Dimenze vektorového prostoru	65
<i>Definice 13.1</i> – Lineární zobrazení	74
<i>Definice 13.3</i> – Nulový prostor	75
<i>Definice 13.4</i> – Hodnost a defekt zobrazení	75
<i>Definice 13.5</i> – Součet zobrazení a násobení skalárem	77
<i>Definice 13.6</i> – Skládání lineárních zobrazení	77
<i>Definice 14.4</i> – Matice lineárního zobrazení	84
<i>Definice 14.8</i> – Podobné matice	88
<i>Definice 15.1</i> – Bilineární forma	89
<i>Definice 15.6</i> – Kongruentní matice	93
<i>Definice 16.1</i> – Kvadratická forma	94
<i>Definice 16.6</i> – Pozitivně definitní kvadratické formy	99
<i>Definice 18.1</i> – Skalární součin	108
<i>Definice 18.2</i> – Norma vektoru	108
<i>Definice 18.4</i> – Ortogonální množina vektorů	110
<i>Definice 20.2</i> – Determinant matice	125
<i>Definice 22.2</i> – Adjungovaná matice	134
<i>Definice 23.1</i> – Vlastní čísla a vektory	141
<i>Definice 24.3</i> – Invariantní podprostory	148
<i>Definice 25.3</i> – Skalární funkce symetrické matice	155
<i>Definice 27.1</i> – Eukleidovský prostor	169

Obsah

Úvod	2
Část I. Matice a řešení soustav lineárních rovnic	
1. Zobrazení a lineární rovnice	5
1.1 Elektrický obvod se zdrojem a spotřebiči	5
1.2 Vztah mezi napětími a potenciály	6
1.3 Zobrazení	6
1.4 Proud a napětí	6
1.5 Kirchhoffův zákon proudů	7
1.6 Interpretace řešení soustavy rovnic	7
2. Úpravy a řešení soustav lineárních rovnic	11
2.1 Ekvivalentní úpravy	11
2.2 Maticový zápis	12
2.3 Úprava na schodový tvar	13
2.4 Zpětná substituce	14
2.5 Gaussova eliminace	15
2.6 Gauss-Jordanova metoda	16
2.7 Pracnost řešení	16
3. Aritmetické vektory	18
3.1 Aritmetické vektory	18
3.2 Nulový a opačný vektor	20
4. Matice a vektorové operace	22
4.1 Definice a označení	22
4.2 Násobení matice skalárem a sčítání matic	23
4.3 Nulová matice a odečítání matic	24
4.4 Matice rozdělené na bloky	24
5. Násobení a transponování matic	26
5.1 Násobení matice a vektoru	26
5.2 Násobení matic	27
5.3 Pravidla pro násobení matic	29
5.4 Transponované matice	30
5.5 Násobení a transponování blokových matic	31
6. Inverzní matice	33
6.1 Maticový zápis elementárních úprav	33
6.2 Inverzní matice	34
6.3 Elementární úpravy a regularita	35
6.4 Výpočet inverzní matice	35
6.5 Inverzní matice a řešení soustav	36
6.6 Vyčíslení výrazů s inverzní maticí	37
6.7 Použití inverzní matice	37

7.	Trojúhelníkový rozklad	39
7.1	Permutační matice	39
7.2	Trojúhelníkové matice	40
7.3	Trojúhelníkový (LU) rozklad	40
7.4	Výpočet LU rozkladu	41
7.5	Řešení soustav pomocí LU rozkladu	43
7.6	Použití LU rozkladu	44
Část II. Vektorové prostory		
8.	Algebraické operace a struktury	47
8.1	Algebraické operace	47
8.2	Asociativní operace	47
8.3	Komutativní operace	48
8.4	Neutrální prvek	49
8.5	Inverzní prvek	49
8.6	Grupa	50
8.7	Komutativní těleso	52
9.	Vektorové prostory	53
9.1	Vektorový prostor	53
9.2	Rovnosti odvozené z axiomů	54
9.3	Podprostory	55
9.4	Součet a průnik podprostorů	55
9.5	Vektory v matematice a ve fyzice	56
10.	Lineární nezávislost a báze	57
10.1	Závislé a nezávislé vektory	57
10.2	Lineární kombinace a závislost	58
10.3	Postačující podmínky pro nezávislost funkcí	59
10.4	Báze vektorového prostoru	60
11.	Souřadnice	62
11.1	Souřadnice vektoru	62
11.2	Použití souřadnic	63
12.	Dimenze a řešení soustav	65
12.1	Dimenze vektorového prostoru	65
12.2	Dimenze a vyjádření vektoru jako lineární kombinace	66
12.3	Řádkový prostor a řádková hodnota	67
12.4	Sloupcová hodnota matice	68
12.5	Hodnota a řešitelnost soustav	69
12.6	Hodnota a regularita	69
12.7	Hodnota matice a počítačová aritmetika	70

Část III. Lineární a multilineární zobrazení

13. Lineární zobrazení	73
13.1 Definice a příklady lineárních zobrazení	73
13.2 Elementární vlastnosti lineárního zobrazení	74
13.3 Nulový prostor a obor hodnot	75
13.4 Hodnota a defekt zobrazení	75
13.5 Součet zobrazení a násobení skalárem	77
13.6 Skládání lineárních zobrazení	77
13.7 Mnohočleny v lineárních transformacích	78
13.8 Princip superpozice a inverze lineárních zobrazení	79
14. Lineární zobrazení a matice	81
14.1 Maticový zápis lineárních zobrazení \mathbb{R}^m do \mathbb{R}^n	81
14.2 Určení báze nulového prostoru matice	82
14.3 Matice jako lineární zobrazení a soustavy rovnic	83
14.4 Definice matice lineárního zobrazení	84
14.5 Souřadnice obrazu vektoru	85
14.6 Matice složeného zobrazení	86
14.7 Změna báze	87
14.8 Podobnost matic	88
15. Bilineární formy	89
15.1 Definice a příklady	89
15.2 Klasifikace bilineárních forem	90
15.3 Matice bilineární formy	91
15.4 Matice symetrické formy	92
15.5 Změna matice bilineární formy při změně báze	92
15.6 Kongruentní matice	93
16. Kvadratické formy	94
16.1 Definice a příklady	94
16.2 Základní vlastnosti	95
16.3 Matice kvadratické formy	95
16.4 Diagonální tvar matice kvadratické formy	96
16.5 Kvadratické formy v \mathbb{R}^2	97
16.6 Pozitivně definitní kvadratické formy	99
17. Kongruence symetrických a diagonálních matic	101
17.1 Diagonální redukce pozitivně definitní matice	101
17.2 \mathbf{LDL}^T rozklad a řešení soustav s pozitivně definitní maticí	103
17.3 Kongruence symetrické a diagonální matice	103
17.4 Zákon setrvačnosti kvadratických forem	105
18. Skalární součin a ortogonalita	107
18.1 Definice skalárního součinu	107
18.2 Norma vektoru	108

18.3	Norma indukovaná skalárním součinem	108
18.4	Ortogonální množiny vektorů	110
18.5	Schmidtův ortonormalizační proces	112
18.6	Ortogonální matice	113
19.	Variační metody a metoda nejmenších čtverců	115
19.1	Variační princip	115
19.2	Metoda nejmenších čtverců	116
19.3	Aproximace a projektory	118
 Část IV. Determinanty		
20.	Induktivní definice determinantu	123
20.1	Explicitní řešení malých soustav	123
20.2	Induktivní definice determinantu	125
20.3	Výpočetní náročnost	126
21.	Determinant a antisymetrické formy	127
21.1	Linearita v prvním řádku	127
21.2	Antisymetrie v prvních dvou řádcích	127
21.3	Antisymetrie v libovolné dvojici řádků	128
21.4	Linearita v libovolném řádku	128
21.5	Výpočet hodnoty determinantu	130
21.6	Determinant součinu matic	131
22.	Determinant a inverzní matice	133
22.1	Rozvoj determinantu podle prvků libovolného řádku	133
22.2	Adjungovaná a inverzní matice	134
22.3	Determinant transponované matice	135
22.4	Determinant jako funkce sloupců	136
22.5	Cramerovy vzorce pro řešení soustav	136
22.6	Použití Cramerových vzorců	137
 Část V. Úvod do spektrální teorie		
23.	Vlastní čísla a vektory	141
23.1	Vlastní čísla a vektory	141
23.2	Charakteristický mnohočlen a spektrum	142
23.3	Neprázdnost spektra transformace	143
23.4	Invariantnost vzhledem k podobnosti	144
23.5	Součet a součin vlastních čísel	144
23.6	Lokalizace vlastních čísel	145
24.	Spektrální rozklad symetrické matice	147
24.1	Spektrum symetrické matice	147
24.2	Vlastní vektory reálné symetrické matice	147

24.3	Invariantní podprostory	148
24.4	Spektrální rozklad reálné symetrické matice	149
24.5	Geometrie spektrálního rozkladu	150
24.6	Extremální vlastnosti vlastních čísel	150
25.	Důsledky spektrálního rozkladu	153
25.1	Lokalizace spektra pomocí kongruence	153
25.2	Sylvesterovo kritérium pozitivní definitnosti	154
25.3	Skalární funkce symetrické matice	155
25.4	Polární rozklad	156
25.5	Geometrický význam determinantu	157
25.6	Singulární rozklad a podmíněnost matice	159
25.7	Pseudoinverzní matice	160
26.	Jordanova forma matice	162
26.1	Jordanova forma matice s jedním vlastním vektorem	162
26.2	Jordanova forma obecné matice	163
26.3	Mocnina matice	164
26.4	Význam Jordanovy formy	165
Část VI. Analytická geometrie		
27.	Přímky, roviny a metrické úlohy	169
27.1	Eukleidovský prostor	169
27.2	Přímky v \mathcal{E}_3	170
27.3	Roviny v \mathcal{E}_3	172
27.4	Vektorový součin	173
27.5	Určení některých úhlů	176
27.6	Některé metrické úlohy	177
28.	Kvadratické plochy	179
28.1	Kanonický tvar kvadratické formy	179
28.2	Kvadratické plochy v kanonickém tvaru	180
Seznam literatury		182
Seznam definic		183
Obsah		184

