

Inhaltsverzeichnis

I. Die elementaren Funktionen.

§		Seite
1.	Der Funktionsbegriff	I
2.	Klassifikation der Funktionen, die durch analytische Ausdrücke definiert sind	3
3.	Graphische Darstellung von Funktionen	5
4.	Graphische Lösung von Gleichungen	14
5.	Lösung von Gleichungen durch Einsetzen von Näherungswerten. Lineare Interpolation	21
6.	Elementare Theorie der Maxima und Minima von Funktionen	24
7.	Stetigkeit. Allgemeine Eigenschaften stetiger Funktionen	28
8.	Rechnen mit Ungleichungen	33
9.	Stetigkeit der rationalen und trigonometrischen Funktionen. Allgemeine Sätze über Stetigkeit. Vollständige Induktion	38
10.	Einige Sätze über Polynome	45
11.	Die Interpolationsformel von LAGRANGE	51
12.	Der binomische Satz. Grundzüge der Kombinationslehre	55
13.	Die Exponentialfunktion	63
14.	Definition der Umkehrung einer gegebenen Funktion	74
15.	Die zyklometrischen Funktionen	77
16.	Logarithmen. Elementare Methoden zu ihrer Berechnung. Die allgemeine Potenz	81

II. Das Rechnen mit Näherungswerten.

17.	Verschiedene Fragestellungen beim Näherungsrechnen	89
18.	Absoluter und relativer Fehler	91
19.	Fehlerabschätzung bei Addition und Subtraktion	95
20.	Abgekürzte Multiplikation	98
21.	Abgekürzte Division	101
22.	Fehlerabschätzung bei Multiplikation und Division	106
23.	Anwachsen des Fehlers im Zuge der Rechnung	111
24.	Fehlerabschätzung beim Ausziehen der Quadratwurzel aus einem Näherungswerte. Vereinfachte Methode zur Berechnung der Quadratwurzel	116

III. Kettenbrüche.

25.	Der Euklidische Algorithmus	124
26.	Kettenbruchentwicklung	128
27.	Kettenbruchentwicklung von Näherungswerten	131
28.	Näherungsbrüche eines Kettenbruchs	134
29.	Eigenschaften der Näherungsbrüche. Anwendung der Kettenbrüche bei der Lösung Diophantischer Gleichungen	137

§	Seite
30. Abschätzung der Differenz zwischen einer Zahl und ihren Näherungsbrüchen	140
31. Vergleich zwischen den Näherungsbrüchen einer Zahl und anderen Brüchen	143
32. Unendliche Kettenbrüche	149

IV. Über Grenzwerte.

33. Grenzwerte von Funktionen	155
34. Grenzwerte von unendlichen Zahlenfolgen	160
35. Einige allgemeine Sätze über Grenzwerte	164
36. Sätze über monotone Zahlenfolgen	168
37. Definition und Berechnung der Zahl e	173
38. Konvergenz unendlicher Reihen. Die geometrische Reihe	177
39. Reihen mit positiven Gliedern. Cauchysche Konvergenzkriterien	183
40. Reihen mit abwechselnd positiven und negativen Gliedern.	187
41. Absolut konvergente Reihen.	189

V. Ableitungen von Funktionen.

42. Definition der Ableitung	196
43. Die Ableitungen der elementaren Grundfunktionen	200
44. Geometrische Bedeutung der Ableitung. Bestimmung der Tangente und Normale einer Kurve	206
45. Die Ableitung von Summe, Produkt und Quotient	209
46. Die Ableitung der Umkehrung einer gegebenen Funktion	213
47. Die Ableitung einer zusammengesetzten Funktion	217
48. Die Ableitung einer impliziten Funktion	220
49. Parameterdarstellung von Kurven	222
50. Die Leibnizsche Bezeichnungsweise	226
51. Die differentialgeometrische Betrachtungsweise	231
52. Ableitungen höherer Ordnung. Partielle Ableitungen	235
53. Der Satz von ROLLE	238
54. Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung	240
55. Einige Anwendungen des Mittelwertsatzes	243
56. Anwendung der Differentialrechnung zur Bestimmung der Maxima und Minima von Funktionen	249
57. Die Bedeutung der ersten zwei Ableitungen in der Mechanik	255

VI. Länge, Flächeninhalt und Volumen.

58. Definition der Länge eines Kurvenbogens	261
59. Eine elementare Methode zur Berechnung der Zahl π	265
60. Messung ebener Flächenstücke. Inhalt eines ebenen Polygons	270
61. Inhalt eines beliebig begrenzten ebenen Flächenstücks	277
62. Inhaltsbestimmung für einige ebene Figuren	282
63. Messung des Volumens eines Körpers. Polyedervolumen	287
64. Volumen eines beliebig begrenzten Körpers	293
65. Volumbestimmung für einige spezielle Körper	294

VII. Integrale und ihre Anwendungen.

§	Seite
66. Die Integralfunktion	298
67. Zusammenhang zwischen den Begriffen Integralfunktion und Flächeninhalt	303
68. Neuer Beweis für den Fundamentalsatz der Integralrechnung . . .	308
69. Integration durch Substitution	311
70. Partielle Integration	316
71. Integration rationaler Funktionen.	319
72. Integration algebraischer Funktionen	329
73. Integration trigonometrischer Funktionen	336
74. Integration einiger Differentialgleichungen	340
75. Das bestimmte Integral	345
76. Einige Eigenschaften des bestimmten Integrals	351
77. Der Zusammenhang zwischen dem bestimmten Integral und der Integralfunktion	356
78. Uneigentliche Integrale	366
79. Bestimmung der Länge eines Kurvenbogens	369
80. Bestimmung des Inhalts von Flächenstücken	374
81. Bestimmung des Volumens von Körpern	380
82. Näherungsweise Berechnung von bestimmten Integralen	384

VIII. Der reelle Zahlbereich.**Beweis für einige früher benutzte Hilfssätze.**

83. Definition der irrationalen Zahlen	389
84. Die natürliche Anordnung der reellen Zahlen.	392
85. Addition und Subtraktion im Bereich der reellen Zahlen.	396
86. Multiplikation und Division im reellen Zahlbereich	403
87. Die irrationale Zahl als Grenzwert einer Folge von rationalen Zahlen.	409
88. Obere und untere Grenze einer unendlichen Zahlenmenge	412
89. Beweis eines schon mehrfach benutzten Existenzsatzes.	415
90. Beweis für die Existenz des Grenzwerts einer beschränkten monotonen Zahlenfolge	416
91. Beweis einiger Sätze über stetige Funktionen	417
92. Die Zuordnung zwischen den reellen Zahlen und den Punkten einer Geraden.	422

IX. Der komplexe Zahlbereich.**Einige Anwendungen auf die Algebra.**

93. Die imaginäre Einheit und die komplexen Zahlen	428
94. Die rationalen Operationen im komplexen Zahlbereich	430
95. Betrag und Argument einer komplexen Zahl. Die Moivresche Formel.	437
96. Geometrische Darstellung der komplexen Zahlen und des Rechnens mit ihnen	442
97. Quadratische Gleichungen. Spezielle Gleichungen vierten Grades, die sich auf quadratische zurückführen lassen	448
98. Binomische Gleichungen	453
99. Gleichungen dritten Grades	459
100. Gleichungen vierten Grades	467
101. Der Fundamentalsatz der Algebra	474

Anhang I. Die Elemente der Lehre von den linearen Gleichungen und den Determinanten.

§	Seite
1. Zwei homogene Gleichungen in zwei Unbekannten	484
2. Zwei beliebige lineare Gleichungen in zwei Unbekannten	485
3. Einige Eigenschaften der Determinanten zweiter Ordnung	487
4. Zwei homogene Gleichungen in drei Unbekannten	489
5. Drei homogene Gleichungen in drei Unbekannten	491
6. Einige Eigenschaften der Determinanten dritter Ordnung	494
7. Drei beliebige lineare Gleichungen in drei Unbekannten	499
8. Systeme mit mehr Gleichungen als Unbekannten	502
Aufgaben zum Anhang I	505

Anhang II. Anwendung der Determinanten zur Inhaltsberechnung für Polygone.

1. Inhalt eines Dreiecks	508
2. Beweis des Fundamentalsatzes in der Lehre vom Inhalt der Poly- gone. Inhaltsberechnung durch Determinanten	510

Anhang III. Anwendung der Determinanten zur Volumberechnung für Polyeder.

1. Volumen eines Tetraeders	512
2. Ein Hilfssatz	515
3. Beweis des Fundamentalsatzes in der Lehre vom Polyedervolumen. Volumberechnung für Polyeder mit Hilfe von Determinanten . . .	517

Namen- und Sachverzeichnis	519
--------------------------------------	-----